

12. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. Határozza meg az alábbi integrálokat:

- (a) $\int \cos^2 x dx$
Megoldás: $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$
- (b) $\int \sin^2 3x dx$
Megoldás: $\frac{x}{2} - \frac{\sin 6x}{12} + c$
- (c) $\int \sin x \cos 2x dx$
Megoldás: $\frac{1}{6} \cos 3x + \frac{\cos x}{6} + c$
- (d) $\int \sin x \sin 2x dx$
Megoldás: $\frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 3x}{6} + c$
- (e) $\int \cos 2x \cos 3x dx$
Megoldás: $\frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 5x}{10} + c$
- (f) $\int \sin^3 x dx$
Megoldás: $-\frac{3}{4} \cos x + \frac{\cos 3x}{12} + c$
- (g) $\int \cos^3 x dx$
Megoldás: $\frac{3}{4} \sin x + \frac{\sin 3x}{12} + c$
- (h) $\int \sin^4 x dx$
Megoldás: $\frac{3}{8} x - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} + c$
- (i) $\int \sin^2 x \cos 3x dx$
Megoldás: $-\frac{\sin x}{4} + \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\sin 5x}{20} + c$
- (j) $\int \cos^2 4x \sin x dx$
Megoldás: $-\frac{\cos x}{2} + \frac{\cos 7x}{28} - \frac{\cos 9x}{36} + c$
- (k) $\int \cos^2 3x \sin^2 2x dx$
Megoldás: $\frac{x}{4} - \frac{\sin 2x}{16} - \frac{\sin 4x}{16} + \frac{\sin 6x}{24} - \frac{\sin 10x}{80} + c$

2. Határozza meg az alábbi integrálokat helyettesítéssel:

- (a) $\int e^x \sin(e^x) dx, t = e^x$
Megoldás: $-\cos(e^x) + c$
- (b) $\int e^{2x} \cos(e^x) dx, t = e^x$
Megoldás: $e^x \sin(e^x) + \cos(e^x) + c$
- (c) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx, t = e^x$
Megoldás: $e^x - \ln(1+e^x) + c$
- (d) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx, t = e^x$
Megoldás: $\ln |\operatorname{arctg} x| + c$
- (e) $\int \frac{1}{e^x-1} dx, t = e^x$
Megoldás: $\ln |e^x - 1| - x + c$
- (f) $\int \frac{e^x}{e^{2x}-1} dx, t = e^x$
Megoldás: $\frac{\ln |e^x-1|}{2} + \frac{\ln |e^x+1|}{2} + c$
- (g) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, t = \sqrt{x}$
Megoldás: $-2 \cos(\sqrt{x}) + c$
- (h) $\int \cos \sqrt{2x} dx, t = \sqrt{x}$
Megoldás: $\sqrt{2x} \sin(\sqrt{2x}) + \cos(\sqrt{2x}) + c$

(i) $\int \frac{1}{2x-1-\sqrt{2x-1}} dx, t = \sqrt{2x-1}$

Megoldás: $\ln |1 - \sqrt{2x-1}| + c$

(j) $\int \frac{6}{1+\sqrt[3]{x}} dx, t = \sqrt[3]{x}$

Megoldás: $9x^{2/3} - 18x^{1/3} + 18 \ln |x^{1/3} + 1| + c$

(k) $\int e^{\sqrt{x}} dx, t = \sqrt{x}$

Megoldás: $2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + c$

(l) $\int x\sqrt{3x-2} dx, t = \sqrt{3x-2}$

Megoldás: $\frac{2}{15}(3x-2)^{5/2} + \frac{4}{27}(3x-2)^{3/2} + c$

(m) $\int x^2\sqrt{x-1}, t = \sqrt{x-1}$

Megoldás: $\frac{2}{7}(x-1)^{7/2} + \frac{18}{35}(x-1)^{5/2} + \frac{2}{3}(x-1)^{3/2} + c$