13. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. Határozza meg az alábbi függvények grafikonja és az x tengely közötti területet:
   (a) $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$
   Megoldás: 2
   (b) $f(x) = x^2$, $0 \leq x \leq 3$
   Megoldás: 9
   (c) $f(x) = e^x$, $0 \leq x \leq \ln 4$
   Megoldás: 3
   (d) $f(x) = chx$, $-\ln 2 \leq x \leq 2$
   Megoldás: 3
   (e) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$, $2 \leq x \leq 3$
   Megoldás: $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

2. Határozza meg a két függvény által közbezárt véges tartomány területét!
   (a) $f(x) = x$, $g(x) = x^2$
   Megoldás: $\frac{1}{6}$
   (b) $f(x) = 2x + 2$, $g(x) = x^2 - 1$
   Megoldás: $\frac{32}{3}$
   (c) $f(x) = x^2$, $g(x) = 8\sqrt{x}$
   Megoldás: $\frac{64}{3}$
   (d) $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$
   Megoldás: $\frac{1}{12}$

3. Határozza meg az $f(x)$ függvény ívhosszát:
   (a) $f(x) = 2x + 2$, $0 \leq x \leq 4$
   Megoldás: $4\sqrt{5}$
   (b) $f(x) = 2x^{3/2}$, $0 \leq x \leq 2$
   Megoldás: $\frac{2}{27}(37^{3/2} - 1)$
   (c) $f(x) = chx$, $-\ln 2 \leq x \leq \ln 2$
   Megoldás: 3

4. Határozza meg az $f(x)$ függvény x tengely körüli megforgatásával kapott forgástest térfogatát:
   (a) $f(x) = 2x + 3$, $0 \leq x \leq 4$
   Megoldás: $\frac{580}{3}$
   (b) $f(x) = x^2$, $-2 \leq x \leq 2$
   Megoldás: $\frac{64}{5}$
   (c) $f(x) = e^x$, $0 \leq 1$
   Megoldás: $\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}$
   (d) $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$
   Megoldás: $\frac{\pi}{2}$
   (e) $f(x) = \frac{x+1}{x}$, $1 \leq x \leq 2$
   Megoldás: $\frac{3}{2} + 2\ln 2$

5. Határozza meg az $f(x)$ függvény x tengely körüli megforgatásával kapott forgástest felszínét:

(a) $f(x) = 2x + 3$, $0 \leq x \leq 4$
Megoldás: $56\sqrt{5}\pi$

(b) $f(x) = x^3$, $0 \leq x \leq 2$
Megoldás: $\frac{1}{54}(37^{3/2} - 1)$

(c) $f(x) = chx$, $0 \leq \ln 10$
Megoldás: $\frac{\ln 10}{2} + \frac{99{,}99}{2}$

6. Határozza meg az $f(x)$ függvény által definiált vékony homogén lemez súlypontját!

(a) $f(x) = x^2$, $0 \leq x \leq 1$
Megoldás: $(\frac{3}{4}, \frac{3}{10})$

(b) $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$
Megoldás: $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{8})$

(c) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, $0 \leq x \leq 1$
Megoldás: $(\frac{4}{3\pi}, \frac{4}{3\pi})$