

## 2. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. Határozza meg az alábbi logaritmusértékeket:

- (a)  $\log_2 8$   
**Megoldás:** 3
- (b)  $\log_2 32$   
**Megoldás:** 5
- (c)  $\log_2 1$   
**Megoldás:** 0
- (d)  $\log_2 \frac{1}{2}$   
**Megoldás:**  $-1$
- (e)  $\log_2 \frac{1}{16}$   
**Megoldás:**  $-4$
- (f)  $\log_2 \sqrt{2}$   
**Megoldás:**  $\frac{1}{2}$
- (g)  $\log_2 \sqrt[3]{4}$   
**Megoldás:**  $\frac{2}{3}$
- (h)  $\log_2 \sqrt[5]{8}$   
**Megoldás:**  $\frac{3}{5}$
- (i)  $\log_{16} 16$   
**Megoldás:** 1
- (j)  $\log_{16} 2$   
**Megoldás:**  $\frac{1}{4}$
- (k)  $\log_{16} 32$   
**Megoldás:**  $\frac{5}{4}$
- (l)  $\log_{16} \frac{1}{8}$   
**Megoldás:**  $-\frac{3}{4}$

2. Határozza meg az alábbi logaritmusértékeket:

- (a)  $\log_{10} 4 + \log_{10} 25$   
**Megoldás:** 2
- (b)  $\log_6 9 + \log_6 24$   
**Megoldás:** 3
- (c)  $\log_4 16 + \log_4 \frac{1}{8}$   
**Megoldás:**  $\frac{1}{2}$
- (d)  $\log_2 48 - \log_2 3$   
**Megoldás:** 4
- (e)  $\log_3 108 - \log_3 4$   
**Megoldás:** 3
- (f)  $\log_6 3 - \log_6 \frac{1}{2}$   
**Megoldás:** 1
- (g)  $\log_6 \frac{1}{12} - \log_6 3$   
**Megoldás:**  $-2$
- (h)  $\log_3(\operatorname{tg}(\frac{\pi}{6})) - \log_3(\operatorname{tg}(\frac{\pi}{3}))$   
**Megoldás:**  $-1$

(i)  $\log_2 \sqrt{12} - \log_2(\sin(\frac{\pi}{3}))$

**Megoldás:** 2

(j)  $\log_5 125^4$

**Megoldás:** 12

(k)  $\log_4 16^3 - \log_9 3^4$

**Megoldás:** 4

3. Számolja ki az alábbi komplex számok algebrai alakját:

(a)  $(2 + 3i) + (4 + 5i)$

**Megoldás:**  $6 + 8i$

(b)  $(7 + 6i) + (3 + 9i)$

**Megoldás:**  $10 + 15i$

(c)  $(4 - 2i) - (8 + 3i)$

**Megoldás:**  $-4 - 5i$

(d)  $(9 + 7i) - (11 - 8i)$

**Megoldás:**  $-2 + 15i$

(e)  $(5 + 2i) + (-1 + 2i) - (3 + 9i)$

**Megoldás:**  $1 - 5i$

(f)  $(2 + 3i)(4 + 5i)$

**Megoldás:**  $-7 + 22i$

(g)  $(-1 + 4i)(3 - 6i)$

**Megoldás:**  $21 + 24i$

(h)  $(4 - 2i)(3 + 7i)(1 + 3i)$

**Megoldás:**  $-40 + 100i$

(i)  $\frac{9+5i}{3+4i}$

**Megoldás:**  $\frac{47}{25} - \frac{21}{25}i$

(j)  $\frac{6+2i}{2-3i}$

**Megoldás:**  $\frac{6}{13} + \frac{22}{13}i$

(k)  $\frac{(7-3i)(5+2i)}{1-2i}$

**Megoldás:**  $\frac{43}{5} + \frac{81}{5}i$

(l)  $\frac{3+4i}{(1+i)(2-i)}$

**Megoldás:**  $\frac{13}{10} + \frac{9}{10}i$

4. Oldja meg az alábbi lineáris egyenleteket:

(a)  $(3 + 2i)z = 5 + 7i$

**Megoldás:**  $\frac{29}{13} + \frac{11}{13}i$

(b)  $6 + 2i + iz = 4 + 2z$

**Megoldás:**  $\frac{2}{5} + \frac{6}{5}i$

(c)  $9 + (3 + 4i)z = 5 + 8i + (7 + i)z$

**Megoldás:**  $\frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$

5. Határozza meg az alábbi algebrai alakban megadott komplex számok trigonometrikus alakját:

(a)  $1 + i$

**Megoldás:**  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

- (b)  $2 + 2\sqrt{3}i$   
**Megoldás:**  $4 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
- (c)  $3 - \sqrt{3}i$   
**Megoldás:**  $2\sqrt{3} \left( \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \right)$
- (d)  $-2 + 2\sqrt{3}i$   
**Megoldás:**  $4 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$
- (e)  $-5 + 5i$   
**Megoldás:**  $5\sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
- (f)  $10$   
**Megoldás:**  $10 (\cos 0 + i \sin 0)$
- (g)  $i$   
**Megoldás:**  $\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$

6. Határozza meg az alábbi trigonometrikus alakban adott komplex számok algebrai alakját:

- (a)  $10 \left( \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{3} \right) \right)$   
**Megoldás:**  $5 + 5\sqrt{3}i$
- (b)  $4 \left( \cos \left( \frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left( \frac{5\pi}{6} \right) \right)$   
**Megoldás:**  $-2\sqrt{3} + 2i$
- (c)  $3 \left( \cos \left( \frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left( \frac{3\pi}{4} \right) \right)$   
**Megoldás:**  $-\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i$
- (d)  $6 \left( \cos \left( \frac{5\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{5\pi}{3} \right) \right)$   
**Megoldás:**  $3 - 3\sqrt{3}i$
- (e)  $2 \left( \cos \left( \frac{7\pi}{6} \right) + i \sin \left( \frac{7\pi}{6} \right) \right)$   
**Megoldás:**  $\sqrt{3} + i$

7. Határozza meg az alábbi komplex számok algebrai alakját:

- (a)  $(\sqrt{3} + i)^{18}$   
**Megoldás:**  $-2^{18}$
- (b)  $(-1 - i)^7$   
**Megoldás:**  $-8 + 8i$
- (c)  $(1 - \sqrt{3}i)^{10}$   
**Megoldás:**  $-2^9 + 2^9\sqrt{3}i$
- (d)  $\frac{(1+i)^{25}}{(2+2\sqrt{3}i)^5}$   
**Megoldás:**  $2^{12} + 2^{12}i$
- (e)  $(-1 + \sqrt{3}i)^{10} + (-1 - \sqrt{3}i)^{10}$   
**Megoldás:**  $-2^{10}$
- (f)  $(1 + i)^{13}(1 - i)^{12}$   
**Megoldás:**  $2^{12} + 2^{12}i$