

### 3. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. Határozza meg az alábbi, algebrai alakban adott komplex számok  $n$ -edik gyökeinek algebrai alakját:

- (a)  $z = 16, n = 4$   
**Megoldás:**  $2, 2i, -2, -2i$
- (b)  $z = -8 + 8\sqrt{3}i, n = 4$   
**Megoldás:**  $\sqrt{3} + i, -1 + \sqrt{3}i, -\sqrt{3} - i, 1 - \sqrt{3}i$
- (c)  $z = -128 - 128\sqrt{3}i, n = 4$   
**Megoldás:**  $2 + 2\sqrt{3}i, -2\sqrt{3} + 2i, -2 - 2\sqrt{3}i, 2\sqrt{3} - 2i$
- (d)  $z = -81, n = 4$   
**Megoldás:**  $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i, -\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i, -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i, \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$
- (e)  $z = 8i, n = 3$   
**Megoldás:**  $\sqrt{3} + i, -2i, -\sqrt{3} + i$
- (f)  $z = 64, n = 3,$   
**Megoldás:**  $4, -2 + 2\sqrt{3}i, -2 - 2\sqrt{3}i$
- (g)  $z = -216, n = 3$   
**Megoldás:**  $3 + 3\sqrt{3}i, -6, 3 - 3\sqrt{3}i$
- (h)  $z = 64, n = 6$   
**Megoldás:**  $2, 1 + \sqrt{3}i, -1 + \sqrt{3}i, -2, -1 - \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i$
- (i)  $z = -2 + 2\sqrt{3}i, n = 2$   
**Megoldás:**  $1 + \sqrt{3}i, -1 - \sqrt{3}i$
- (j)  $z = -4, n = 2,$   
**Megoldás:**  $2i, -2i$
- (k)  $z = 2i, n = 2$   
**Megoldás:**  $1 + i, -1 - i$

2. Határozza meg az alábbi egyenletek gyökeinek algebrai alakjait:

- (a)  $z^4 + 16 = 0$   
**Megoldás:**  $\sqrt{2} + \sqrt{2}i, -\sqrt{2} + \sqrt{2}i, -\sqrt{2} - \sqrt{2}i, \sqrt{2} - \sqrt{2}i$
- (b)  $z^5 - 256z = 0$   
**Megoldás:**  $0, 4, 4i, -4, -4i$
- (c)  $z^4 + 8 + 8\sqrt{3}i = 0$   
**Megoldás:**  $1 + \sqrt{3}i, -\sqrt{3} + i, -1 - \sqrt{3}i, \sqrt{3} - i$
- (d)  $z^3 + 8i = 0$   
**Megoldás:**  $2i, -\sqrt{3} - i, +\sqrt{3} - i$
- (e)  $8z^3 + 1 = 0$   
**Megoldás:**  $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$
- (f)  $z^4 - iz = 0$   
**Megoldás:**  $0, i, -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
- (g)  $z^2 + 8i = 0$   
**Megoldás:**  $-2 + 2i, 2 - 2i$
- (h)  $z^2 + 2z + 5 = 0$   
**Megoldás:**  $-2 + 2i, -2 - 2i$
- (i)  $z^2 - 10z + 34 = 0$   
**Megoldás:**  $5 + 3i, 5 - 3i$

(j)  $4z^2 + 4z + 5 = 0$

**Megoldás:**  $-\frac{1}{2} + 4i, -\frac{1}{2} - 4i$

(k)  $z^4 + z^2 + 1 = 0$

**Megoldás:**  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

3. Határozza meg az  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  vektorok által bezárt szöveget:

(a)  $\underline{a} = (2, 4, 1), \underline{b} = (3, 6, -1)$

**Megoldás:**  $21,083^\circ$

(b)  $\underline{a} = (-1, 1, 1), \underline{b} = (4, 2, 3)$

**Megoldás:**  $83,845^\circ$

(c)  $\underline{a} = (-4, 2, -1), \underline{b} = (0, 2, -1)$

**Megoldás:**  $60,794^\circ$

(d)  $\underline{a} = (10, 3, 2), \underline{b} = (2, 0, 0)$

**Megoldás:**  $19,827^\circ$

4. (a) Határozza meg az  $x$  értéket, hogy az  $\underline{a} = (x, 3, 1), \underline{b} = (4, 7, -5)$  vektorok merőlegesek legyenek!

**Megoldás:**  $-4$

(b) Határozza meg a  $z$  értéket, hogy az  $\underline{a} = (1, 1, 0)$  és  $\underline{b} = (1, 0, z)$  vektorok  $60^\circ$ -ot zárjanak be!

**Megoldás:**  $1, -1$

5. Határozza meg a  $\underline{v}$  vektornak az  $\underline{u}$  vektorral párhuzamos és rá merőleges komponensét!

(a)  $\underline{u} = (6, 2, 1), \underline{v} = (4, 1, 2)$

**Megoldás:**  $\underline{v}_{||} = \left(\frac{168}{41}, \frac{56}{41}, \frac{28}{41}\right), \underline{v}_{\perp} = \left(-\frac{4}{41}, -\frac{15}{41}, \frac{54}{41}\right)$

(b)  $\underline{u} = (5, 3, -1), \underline{v} = (2, 1, 2)$

**Megoldás:**  $\underline{v}_{||} = \left(\frac{11}{7}, \frac{33}{35}, -\frac{11}{35}\right), \underline{v}_{\perp} = \left(\frac{3}{7}, \frac{2}{35}, \frac{81}{35}\right)$

(c)  $\underline{u} = (-1, 1, 1), \underline{v} = (1, 0, 2)$

**Megoldás:**  $\underline{v}_{||} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), \underline{v}_{\perp} = \left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$

6. Határozza meg az alábbi vektorok vektoriális szorzatát:

(a)  $\underline{u} = (-1, 2, -1), \underline{v} = (5, 3, 2)$

**Megoldás:**  $(7, -3, -13)$

(b)  $\underline{u} = (-3, -2, 1), \underline{v} = (0, 3, 2)$

**Megoldás:**  $(-7, 6, -9)$

(c)  $\underline{u} = (7, 4, 2), \underline{v} = (-5, 1, 2)$

**Megoldás:**  $(6, -24, 27)$

7. Határozza meg az alábbi vektorok által meghatározott háromszögek területét:

(a)  $\underline{u} = (4, -1, 2), \underline{v} = (1, 1, 2)$

**Megoldás:**  $\frac{1}{2}\sqrt{77}$

(b)  $\underline{u} = (1, 2, 3), \underline{v} = (-2, -3, 2)$

**Megoldás:**  $\frac{3}{2}\sqrt{26}$

(c)  $\underline{u} = (2, 3, 2), \underline{v} = (-2, 1, 2)$

**Megoldás:**  $6$