

## 4. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. (a) Határozza meg az  $\underline{a} = (2; 3; -1)$ ,  $\underline{b} = (-1; 2; 1)$  és  $\underline{c} = (4; 0; 3)$  vektorok vegyesszorzatát!  
(b) Határozza meg az  $\underline{a} = (-1; -1; 3)$ ,  $\underline{b} = (3; 2; 1)$  és  $\underline{c} = (1; -2; 3)$  vektorok által meghatározott paralelepipedon térfogatát!  
(c) Határozza meg az  $\underline{a} = (5; -2; 3)$ ,  $\underline{b} = (0; 3; 2)$  és  $\underline{c} = (-1; 5; 4)$  vektorok által meghatározott tetraéder térfogatát!  
(d) Határozza meg az  $A(1; 4; -2)$ ,  $B(0; 4; 3)$ ,  $C(-3; 2; 1)$  és  $D(3; 1; 2)$  csúcú tetraéder térfogatát!  
(e) Határozza meg az  $x$  koordinátát úgy, hogy az  $\underline{a} = (x; 1; 2)$ ,  $\underline{b} = (1; 4; 3)$  és  $\underline{c} = (2; 2; 1)$  vektorok egy síkban legyenek!
2. Tekintsük az  $A(1; 2; 3)$  és a  $B(7; -4; 5)$  pontokat. Határozza meg az
  - (a)  $A$  és  $B$  pontok távolságát;
  - (b)  $A$  és  $B$  pontok által meghatározott egyenes paraméteres egyenletrendszerét;
  - (c)  $A$  és  $B$  pontoktól egyenlő távolságra lévő sík egyenletét.
3. Tekintsük az  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(3; 4; 5)$  és a  $C(-1; 2; -1)$  pontokat. Határozza meg az
  - (a)  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontokat tartalmazó sík egyenletét;
  - (b)  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontok által meghatározott háromszög területét;
  - (c)  $A$ ,  $B$  és  $C$  csúcú háromszögben az  $A$  csúcúnál lévő szöget;
  - (d)  $A$ ,  $B$  és  $C$  csúcú háromszögben a  $B$  csúcúnál lévő szöget;
  - (e)  $A$ ,  $B$  és  $C$  csúcú háromszögben a  $C$  csúcúnál lévő szöget;
  - (f)  $A$  pont távolságát a  $B$  és  $C$  pontokon átmenő egyenestől;
  - (g)  $B$  pont távolságát az  $A$  és  $C$  pontokon átmenő egyenestől;
  - (h)  $C$  pont távolságát az  $A$  és  $B$  pontokon átmenő egyenestől.
4. Tekintsük az  $e: x = 3 + 2t, y = -1 + t$  és  $z = 2 - t, t \in \mathbb{R}$  és az  $f: x = 6 + s, y = 4 + 4s$  és  $z = 3 + 2s, s \in \mathbb{R}$  paraméterezésű egyeneseket.
  - (a) Mutassa meg, hogy az  $e$  és  $f$  egyenesek metszők! Határozza meg a metszéspontot!
  - (b) Határozza meg, hogy az  $e$  és  $f$  egyenesek milyen szögben metszik egymást!
  - (c) Határozza meg az  $e$  és  $f$  egyeneseket tartalmazó sík egyenletét!
5. Tekintsük az  $e: x = 3 + 2t, y = -1 + t$  és  $z = 2 - t, t \in \mathbb{R}$  és az  $f: x = 5 - 4s, y = 7 - 2s$  és  $z = 3 + 2s, s \in \mathbb{R}$  paraméterezésű egyeneseket.
  - (a) Mutassa meg, hogy az  $e$  és  $f$  egyenesek párhuzamosak!
  - (b) Határozza meg, hogy az  $e$  és  $f$  egyenesek távolságát!
  - (c) Határozza meg az  $e$  és  $f$  egyeneseket tartalmazó sík egyenletét!
6. Tekintsük a  $2x + 3y + 4z = 5$  egyenletű  $S$  és a  $-x + 4y + z = 7$  egyenletű  $T$  síkot.
  - (a) Mutassa meg, hogy az  $S$  és  $T$  síkok nem párhuzamosak!
  - (b) Határozza meg az  $S$  és  $T$  egyenes metszévonalaként előálló egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
  - (c) Határozza meg, hogy az  $S$  és  $T$  síkok milyen szögben metszik egymást!
7. Tekintsük a  $P(3; 2; 1)$  pontot és az  $x = 4 - t, y = 2 + 3t$  és  $z = 1 + t, t \in \mathbb{R}$  paraméterezésű  $e$  egyenest.

- (a) Mutassa meg, hogy a  $P$  pontot nem tartalmazza az  $e$  egyenes!
  - (b) Határozza meg a  $P$  ponton átmenő,  $e$  egyenessel párhuzamos egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
  - (c) Határozza meg a  $P$  pont és az  $e$  egyenes távolságát!
  - (d) Határozza meg a  $P$  pontot és az  $e$  egyenest tartalmazó sík egyenletét!
  - (e) Tükrözze a  $P$  pontot az  $e$  egyenesre!
  - (f) Tükrözze az  $e$  egyenest a  $P$  pontra!
8. Tekintsük a  $P(2; -1; 3)$  pontot a  $2x - y + 3z = 5$  egyenletű  $S$  síkot!
- (a) Mutassa meg, hogy a  $P$  pontot nem tartalmazza az  $S$  sík!
  - (b) Határozza meg a  $P$  ponton átmenő,  $S$  síkkal párhuzamos sík egyenletrendszerét!
  - (c) Határozza meg a  $P$  pont és az  $S$  sík távolságát!
  - (d) Tükrözze a  $P$  pontot az  $S$  síkra!
  - (e) Tükrözze az  $S$  síkot a  $P$  pontra!
9. Tekintsük az  $x = 2 - t$ ,  $y = 3 + 2t$  és  $z = 5 - 2t$  paraméterezésű  $e$  egyenest és a  $2x - y - z = 1$  egyenletű  $S$  síkot!
- (a) Mutassa meg, hogy az  $e$  egyenes és az  $S$  sík nem párhuzamos!
  - (b) Határozza meg az  $e$  egyenes és az  $S$  sík metszéspontját!
  - (c) Határozza meg az  $e$  egyenes  $S$  síkra vetítésével kapott egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
  - (d) Határozza meg az  $e$  egyenes és az  $S$  sík által bezárt szöveget!