

5. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. Vizsgálja meg a következő sorozatokat monotonitás és korlátosság szempontjából:

- (a) $\frac{1}{n}$
Megoldás: Szigorúan csökkenő. Korlátos, felső korlát pl. 1, alsó korlát pl. 0.
- (b) $\frac{n-1}{n}$
Megoldás: Szigorúan növény. Korlátos, felső korlát pl. 1, alsó korlát pl. 0.
- (c) $\frac{2n+1}{2n-1}$
Megoldás: Szigorúan csökkenő. Korlátos, felső korlát pl. 3, alsó korlát pl. 1.
- (d) $\frac{n^2+1}{n}$
Megoldás: Szigorúan növény. Alulról korlátos, alsó korlátja pl. 2. Felülről nem korlátos.
- (e) $\frac{(-1)^n}{n}$
Megoldás: Nem monoton. Korlátos, alsó korlátja pl. -1 , felső korlátja pl. $\frac{1}{2}$.
- (f) $(-1)^n n$
Megoldás: Nem monoton. Nem korlátos sem alulról, sem felülről.
- (g) $\frac{n}{10^n}$
Megoldás: Szigorúan csökkenő. Korlátos, felső korlátja pl. $\frac{1}{10}$, alsó korlátja pl. 0.
- (h) $\frac{1}{n!}$
Megoldás: Szigorúan csökkenő. Korlátos, felső korlátja pl. 1, alsó korlátja pl. 0.
- (i) $\frac{2^n}{n!}$
Megoldás: Szigorúan csökkenő. Korlátos, felső korlátja pl. 2, alsó korlátja pl. 0.
- (j) $n! - n$
Megoldás: Szigorúan növény. Alulról korlátos, alsó korlátja pl. 0, felülről nem korlátos.

2. Határozza meg az alábbi sorozatok határértékeit:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$
Megoldás: 0
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2n+4}$
Megoldás: 0
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+3}{3n-2}$
Megoldás: $\frac{4}{3}$
- (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-1}{7n+2024}$
Megoldás: $\frac{6}{7}$
- (e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n-2}{n^2+n+1}$
Megoldás: 0
- (f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-3n+5}{n^2-6n+7}$
Megoldás: 2
- (g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-4n^2}{1,5n^2-4n-9}$
Megoldás: $-\frac{8}{3}$

- (h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^3-5}$
Megoldás: 0
- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+5\sqrt{n}+2}{2n-1}$
Megoldás: $\frac{3}{2}$
- (j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+\sqrt{n+1}}{5n-\sqrt{n-1}}$
Megoldás: $\frac{4}{5}$
- (k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^2+1}}{2n-1}$
Megoldás: $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}+n}{\sqrt{n^2-1}+2n}$
Megoldás: $\frac{2}{3}$
- (m) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{n+1}}$
Megoldás: 0
- (n) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n}{4^{n+1}+2}$
Megoldás: $\frac{1}{4}$
- (o) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2}}{2^{2n+1}+3}$
Megoldás: 8
- (p) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n+3^n}{6^{n-1}+2^n}$
Megoldás: 6
- (q) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{2^{n+1}+2^{-n}}$
Megoldás: $\frac{1}{2}$
- (r) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n+9^n}{10^{n+1}+2}$
Megoldás: $\frac{1}{10}$
- (s) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+3+10^{-n}}$
Megoldás: $\frac{1}{2}$

3. Határozza meg az alábbi sorozatok határértékeit:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{10n+5}$
Megoldás: 1
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2+1}$
Megoldás: 1
- (c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 \cdot 10^n}$
Megoldás: 10
- (d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^{n+3}}$
Megoldás: 2

(e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^{2n+2}}$
Megoldás: 9

(f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^{3n-1}}$
Megoldás: 8

(g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2 3^n}$
Megoldás: 3

(h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n+1}{4^n}}$
Megoldás: $\frac{1}{4}$

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n 2^{n+4}}$
Megoldás: 2

4. Határozza meg az alábbi sorozatok határértékeit:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$
Megoldás: 0

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 n}{n^2 + 1}$
Megoldás: 0

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n}{n!}$
Megoldás: 0

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{10^n + n}$
Megoldás: 10

(e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 4n^2 - 6}{n!}$
Megoldás: 0