

6. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. Határozza meg az alábbi sorozatok határértékeit:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2n+5}\right)^{5n-7}$

Megoldás: $e^{15/2}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{5n+5}\right)^{3n+8}$

Megoldás: $e^{6/5}$

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{4n+9}$

Megoldás: e^8

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+3}{3n-1}\right)^{\sqrt{n^2+4n+1}}$

Megoldás: $e^{4/3}$

(e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+3n}{n^2+1}\right)^{6n-9}$

Megoldás: e^{18}

(f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^n+1}{2^n+3}\right)^{2^{n+1}}$

Megoldás: e^{-4}

(g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4^n+1}{4^n+2^n}\right)^{2^{n+1}}$

Megoldás: e^{-2}

(h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10^n+1}{10^n-2}\right)^{10^{n-1}+n^2}$

Megoldás: $e^{3/10}$

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n^2+2}\right)^{3n^2-\lg n}$

Megoldás: e^{-6}

2. Deriválja az alábbi függvényeket:

(a) $x^2 + x^6 - x^{11}$

Megoldás: $2x + 6x^5 - 11x^{10}$

(b) $5x^2 - 4x + 2$

Megoldás: $10x - 4$

(c) $3x^2 - 4x^5 + 23x^7 + 11$

Megoldás: $6x - 20x^4 + 161x^6$

(d) $78x^{42} - \frac{45}{x}$

Megoldás: $78 \cdot 42x^{41} + \frac{45}{x^2}$

(e) $(x^2+1)(x+1)$

Megoldás: $3x^2 + 2x + 1$

(f) $\frac{3x^5-2x^3}{x^4}$

Megoldás: $3 + \frac{2}{x^2}$

(g) $21\sqrt{x} - 10\sqrt[3]{x}$
Megoldás: $21 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - 10 \cdot \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

(h) $\frac{2x^6-1}{\sqrt{x}}$
Megoldás: $11x^{9/2} + \frac{1}{2}x^{-3/2}$

3. Határozza meg az $f(x)$ függvény x_0 -ban vett érintőjét

(a) $x^2, x_0 = 3$
Megoldás: $y = 6x - 9$

(b) $\sqrt{x}, x_0 = 9$
Megoldás: $y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

(c) $x^2 - x, x_0 = 2$
Megoldás: $y = 3x - 4$

(d) $\frac{1}{x}, x_0 = 5$
Megoldás: $y = -\frac{1}{25}x + \frac{2}{5}$

(e) $x^3, x_0 = 1$
Megoldás: $y = 3x - 2$