

## 7. MATEMATIKA A1 FELADATSOR

1. Deriválja az alábbi függvényeket:

(a)  $3 \sin x - 5 \cos x$

**Megoldás:**  $3 \cos x + 5 \sin x$

(b)  $10^x - 3 \ln x + 8x - 12$

**Megoldás:**  $10^x \ln 10 - \frac{3}{x} + 8$

(c)  $2^{x+3} + (2x - 3)^2$

**Megoldás:**  $2^{x+3} \cdot \ln 2 + 2(2x - 3) \cdot 2$

(d)  $3 \operatorname{ch} x - 12 \operatorname{sh} x$

**Megoldás:**  $3 \operatorname{sh} x - 12 \operatorname{ch} x$

(e)  $8 \cdot e^x + 5e^{-2x} - 4e^{3x}$

**Megoldás:**  $8 \cdot e^x + 5e^{-2x} \cdot (-2) - 4e^{3x} \cdot 3$

(f)  $\frac{4 \cdot 2^x + 5 \cdot 3^x}{6^x}$

**Megoldás:**  $\frac{(4 \cdot 2^x \ln 2 + 5 \cdot 3^x \ln 3)6^x - (4 \cdot 2^x + 5 \cdot 3^x)6^x \ln 6}{(6^x)^2}$

2. Deriválja az alábbi függvényeket:

(a)  $(3x + 2) \sin x$

**Megoldás:**  $3 \sin x + (3x + 2) \cos x$

(b)  $x^2 e^x$

**Megoldás:**  $2x e^x + x^2 e^x$

(c)  $\sqrt{x} \ln x$

**Megoldás:**  $\frac{1}{2\sqrt{x} \ln x + \frac{\sqrt{x}}{x}}$

(d)  $\sin x \cos x$

**Megoldás:**  $\cos^2 x - \sin^2 x$

(e)  $10^x(3x^4 - 6)$

**Megoldás:**  $10^x \ln 10(3x^4 - 6) + 10^x \cdot 12x^3$

(f)  $x e^x \sin x$

**Megoldás:**  $e^x \sin x + x e^x \sin x + x e^x \cos x$

(g)  $\frac{x}{x+1}$

**Megoldás:**  $\frac{1}{(x+1)^2}$

(h)  $\frac{e^x}{x^2+1}$

**Megoldás:**  $\frac{e^x(x^2+1-2x)}{(x^2+1)^2}$

(i)  $\frac{x^2 - \sin x}{\cos x}$

**Megoldás:**  $\frac{(2x - \cos x) \cos x - (x^2 - \sin x)(-\sin x)}{\cos^2 x}$

(j)  $\frac{12x-7}{2x-67}$

**Megoldás:**  $\frac{12(2x-67)-2(12x-7)}{(2x-67)^2}$

(k)  $\frac{2^x x^2}{x+3}$

**Megoldás:**  $\frac{(2^x \ln 2 x^2 + 2x 2^x)(x+3) - 2^x x^2}{(x+3)^2}$

(l)  $\frac{4x+2}{(7+8x) \sin x}$

**Megoldás:**  $\frac{4(7+8x) \sin x - (4x+2)(8 \sin x + (7+8x) \cos x)}{(7+8x)^2 \sin^2 x}$

3. Határozza meg a külső  $f(x)$  és a belső  $g(x)$  függvényeket úgy, hogy az alábbi függvények  $f(g(x))$  alakúak legyenek:

(a)  $(2x + 4)^7$

**Megoldás:**  $f(x) = x^7, g(x) = 2x + 4$

(b)  $\sqrt{e^x + 1}$

**Megoldás:**  $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = e^x + 1$

(c)  $e^{x^3}$

**Megoldás:**  $f(x) = e^x, g(x) = x^3$

(d)  $\ln(3x^5 - 2)$

**Megoldás:**  $f(x) = \ln x, g(x) = 3x^5 - 2$

(e)  $\sin(x^2 + 3x)$

**Megoldás:**  $f(x) = \sin x, g(x) = x^2 + 3x$

(f)  $\operatorname{tg}(3x)$

**Megoldás:**  $f(x) = \operatorname{tg} x, g(x) = 3x$

(g)  $e^{\ln x}$

**Megoldás:**  $f(x) = e^x, g(x) = \ln x$

(h)  $\ln(e^x)$

**Megoldás:**  $f(x) = \ln x, g(x) = e^x$

(i)  $\frac{1}{\sqrt{17 - e^x}}$

**Megoldás:**  $f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = 17 - e^x$

(j)  $\cos^2 x$

**Megoldás:**  $f(x) = x^2, g(x) = \cos x$

4. Deriválja az alábbi függvényeket:

(a)  $(6x - 2)^9$

**Megoldás:**  $9(6x - 2)^8 \cdot 6$

(b)  $\sqrt[3]{46x^4 - 6}$

**Megoldás:**  $\frac{1}{3} (46x^4 - 6)^{-2/3} \cdot 46 \cdot 4x^3$

(c)  $e^{\sqrt{x}}$

**Megoldás:**  $e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(d)  $(e^x + 1)^6$

**Megoldás:**  $6(e^x + 1)^5 \cdot e^x$

(e)  $\sin(6x - \pi)$

**Megoldás:**  $\cos(6x - \pi) \cdot 6$

(f)  $e^{\sin x} \cos^5 x$

**Megoldás:**  $e^{\sin x} \cos x \cdot \cos^4 x + e^{\sin x} \cdot 5 \cos^4 x \cdot (-\sin x)$

5. Határozza meg az  $f(x)$  adott egyenessel párhuzamos érintőjét:

(a)  $x^2, y = 6x - 3$

**Megoldás:**  $y = 6x - 9$

(b)  $\sqrt[3]{x}, y = \frac{3}{4}x - 2$

**Megoldás:**  $y = \frac{3}{4}x + \frac{4}{9}, y = \frac{3}{4}x - \frac{4}{9}$

(c)  $x^2 + x, y = 7x - 3$

**Megoldás:**  $y = 7x - 9$

(d)  $\frac{1}{x}, y + \frac{1}{4}x = 8$

**Megoldás:**  $y = -\frac{1}{4}x + 1, y = -\frac{1}{4}x - 1$

(e)  $e^x, y = ex + 2$

**Megoldás:**  $y = ex$