

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## EMK és KJK Matematika A1 mintavizsga, 2024 december

Munkaidő: 100 perc, a 6-9 feladatokból el kell érni 30%-ot.

- (3 pont) Definiálja az  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  térvektorok skaláris szorzatát!
  - (3 pont) Adja meg az  $\underline{a} = (a_1, a_2, a_3)$  és  $\underline{b} = (b_1, b_2, b_3)$  térvektorok skaláris szorzatának kiszámítási módját!
  - (2 pont) Adjon szükséges és elégséges feltételt arra, hogy az  $\underline{a} \neq \underline{0}$  és  $\underline{b} \neq \underline{0}$  térvektorok merőlegesek legyenek!
  - (2 pont) Határozza meg az  $y$  értéket úgy, hogy az  $\underline{a} = (2, y, 3)$  és  $\underline{b} = (-1, 4, 10)$  térvektorok merőlegesek legyenek!
- (4 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az  $f(x)$  függvény  $x_0$ -ban vett határértéke a  $A$  valós szám!
  - (4 pont) Határozza meg a  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sin \pi x}$  határértéket!
- (4 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény primitív függvényét!
  - (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény határozatlan integrálját!
  - (3 pont) Adja meg az  $f(x) = x$  függvény azon  $F(x)$  primitív függvényét, amire  $F(2) = 3$  teljesül!
- (10 pont) Határozza meg a  $z = \frac{(1+\sqrt{3}i)^9}{16-16i}$  komplex szám algebrai alakját!
- (10 pont) Határozza meg, hogy az  $f(x) = \frac{2x}{1+4x^2}$  függvény hol monoton csökken illetve nő!
- (10 pont) Határozza meg az  $\int \frac{2-4x}{\sqrt{1-x^2}} dx$  integrált!
- (10 pont) Határozza meg az  $\int \frac{4x+8}{x^2+5x+4} dx$  integrált!
- (10 pont) Határozza meg az  $f(x) = x + \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$  függvények  $x$  tengely körüli forgatásával kapott forgástest térfogatát!
- Határozza meg, hogy az alábbi improprius integrálok közül a konvergenseket és a divergenseket:
  - (5 pont)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$
  - (5 pont)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)^2} dx$
- Bónusz: (10 pont) Határozza meg az  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^5 x dx$  határozott integrált!