

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Előadó monogramja:

## ÉMK és KJK Matematika A1 vizsga, 2024. december 17.

Munkaidő: 100 perc, a 6-9 feladatokból el kell érni 30%-ot.

- (a) (3 pont) Definiálja az  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  térvektorok vektoriális szorzatát! (Nem a kiszámítás kell!)

(b) (3 pont) Írja le az  $\underline{a} = (a_1, a_2, a_3)$  és  $\underline{b} = (b_1, b_2, b_3)$  térvektorok vektoriális szorzatának kiszámítása módját!

(c) (3 pont) Határozza meg  $\underline{a} = (1, 2, 3)$  és  $\underline{b} = (-1, 4, 2)$  térvektorok által meghatározott háromszög területét!
- (a) (4 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $x_0$  helyen vett deriváltját!

(b) (3 pont) Mi az  $f(x)$  függvény  $x_0$  helyen vett deriváltjának geometriai jelentése?

(c) (4 pont) Határozza meg a derivált definícióját használva az  $f(x) = x^2$  függvény  $x_0 = 3$  helyen vett deriváltját! (Csak a definíció használatáért jár pont!)
- (a) (4 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $[a, b]$  zárt intervallumban vett határozott integrálját!

(b) (3 pont) Mi az  $\int_a^b f(x)dx$  határozott integrál geometriai jelentése?

(c) (3 pont) Írja le a folytonos  $f(x)$ ,  $a \leq x \leq b$  függvényre vonatkozó Newton-Leibniz tételt!
- (10 pont) Határozza meg a  $\frac{(-1+\sqrt{3}i)^9}{64-64i}$  komplex szám algebrai alakját!
- (10 pont) Határozza meg, hogy az  $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + 8x - 7$  függvény hol konvex illetve konkáv!
- (10 pont) Határozza meg az  $\int \frac{8x-3}{\sqrt{1-4x^2}} dx$  integrált!
- (10 pont) Határozza meg az  $\int \frac{4x+5}{x^2+3x+2} dx$  integrált!
- (10 pont) Határozza meg az  $f(x) = \frac{2}{x}$ ,  $x > 0$  és  $g(x) = 5 - 2x$ ,  $x > 0$  függvények által határolt korlátos síkrész területét!
- Határozza meg, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyik konvergens és melyik divergens! Amelyik konvergens, annak határozza meg az értékét!

(a) (5 pont)  $\int_{10}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$

(b) (5 pont)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$
- (BÓNUSZ) (10 pont) Bizonyítsa be, hogy  $x \geq 0$  esetén  $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x$  az  $f(x) = x - \ln(1+x)$  és  $g(x) = \ln(1+x) - (x - \frac{x^2}{2})$  függvényeket vizsgálva.