

| Zh-k összpontszáma | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Vizsga | Zh+vizsga | Jegy |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|--------|-----------|------|
| | | | | | | | | | | | | | |

Név:

Neptun kód:

Előadó monogramja:

ÉMK és KJK Matematika A1 vizsga, 2025. január 14.

Munkaidő: 100 perc, a 6-9 feladatokból el kell érni 30%-ot.

- (a) (3 pont) Definiálja, hogy az \underline{a} és \underline{b} térvektorok skaláris szorzatát!

(b) (3 pont) Adja meg az $\underline{a} = (a_1, a_2, a_3)$ és $\underline{b} = (b_1, b_2, b_3)$ térvektorok skaláris szorzatának kiszámítási módját!

(c) (3 pont) Határozza meg az $\underline{a} = (1, 2, 3)$ és $\underline{b} = (-1, 0, 2)$ térvektorok által bezárt szöget!
- (a) (4 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény x_0 helyen folytonos!

(b) (4 pont) Írja le az $[a, b]$ intervallumon folytonos függvényekre vonatkozó Bolzano-tételt!

(c) (4 pont) Igaz-e, hogy az $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x}-1}{2x} & \text{ha } x \neq 0, \\ \frac{1}{2} & \text{ha } x = 0, \end{cases}$ függvény minden valós x_0 esetén folytonos?
- (a) (3 pont) Definiálja az $f(x)$ függvény primitív függvényét!

(b) (3 pont) Definiálja az $f(x)$ függvény határozatlan integrálját!

(c) (3 pont) Írja le a folytonos $f(x)$, $a \leq x \leq b$ függvényre vonatkozó Newton-Leibniz tételt!
- (10 pont) Határozza meg, hogy a $z^4 + 4 = 0$ egyenlet gyökeinek algebrai alakját a komplex számok között!
- (10 pont) Határozza meg, hogy az $f(x) = x^4 - 4x^3 - 48x^2 + 34x - 6$ függvény hol konvex illetve konkáv!
- (10 pont) Határozza meg az $\int \frac{54x+7}{1+9x^2} dx$ integrált!
- (10 pont) Határozza meg az $\int \cos \sqrt{2x+2} dx$ integrált! Segítség: használjon $t = \sqrt{2x+2}$ helyettesítést.
- (10 pont) Határozza meg az $f(x) = x^2$ és $g(x) = 5x - 6$ függvények grafikonjai által közrefogott síkrész területét!
- Határozza meg, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyik konvergens és melyik divergens! Amelyik konvergens, annak határozza meg az értékét!

(a) (5 pont) $\int_1^\infty \frac{1}{2x+3} dx$

(b) (5 pont) $\int_1^\infty \frac{1}{x^2+2x+1} dx$
- (BÓNUSZ)

(10 pont) Legyen az $f(x) > 0$, $a \leq x \leq b$ olyan függvény, hogy $f'(x)$ folytonos. Legyen $g(x) = 2f(x)$, $a \leq x \leq b$. Forgassuk meg az $f(x)$ és $g(x)$ függvények grafikonját az x tengely körül. Mi az $g(x)$ által generált forgásfelület, ha a felszíne pontosan kétszer akkor mint a $f(x)$ által generált felszín?