

EMK és KJK BSc szak, középszintű Matematika A1, 1. zh., MINTA

Név: Neptun kód: Tankör:

- (a) (2 pont) Definiálja az \underline{a} és \underline{b} térvektorok skaláris szorzatát.
(b) (2 pont) Adja meg az $\underline{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\underline{b} = (b_1, b_2, b_3)$ és $\underline{c} = (c_1, c_2, c_3)$ térvektorok kiszámítási módját!
- Mutassa meg, hogy az $a_n = \frac{n+2^n}{n!}$ sorozat monoton csökkenő és korlátos!
- Határozza meg a $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)^{\sqrt{16n^2 + \ln n}}$
- Határozza meg az $A(2, 3, 4)$, $B(-1, 4, 2)$ és $C(1, 1, 1)$ csúcsú háromszög területét!
- Határozza meg a $P(2, 5, -1)$ pont és a $2x + 3y + 4z = 9$ sík távolságát!

Megoldások

- (a) $\underline{a}\underline{b} = |\underline{a}||\underline{b}| \cos \varphi$, ahol φ az \underline{a} és \underline{b} vektorok által bezárt szög.
(b) $\underline{a}\underline{b}\underline{c} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1 - a_2b_3c_2 - a_2b_1c_3$
- $a_{n+1} = \frac{n+1+2^{n+1}}{(n+1)!}$;

$$a_n \text{ monoton csökken} \Leftrightarrow a_{n+1} \leq a_n \Leftrightarrow \frac{n+1+2^{n+1}}{(n+1)!} \leq \frac{n+2^n}{n!}$$

$$n+1+2^{n+1} \leq (n+1)(n+2^n) \Leftrightarrow n+1+2^{n+1} \leq n^2+n2^n+n+2^n \Leftrightarrow 1+2^n \leq n^2+n2^n,$$

ami teljesül, mert $1 \leq n^2$ és $2^n \leq n2^n$.

3. e^4

4. $\sqrt{147}$

5. $\frac{6}{\sqrt{29}}$