

11. MATEMATIKA A2 FELADATSOR

1. Határozza meg az alábbi függvények x - és y -szerinti parciális deriváltját

- (a) $f(x, y) = x^3 y^4$
- (b) $f(x, y) = 6x^4 \sqrt{y} - 43xy^2$
- (c) $f(x, y) = \ln(3x + 2y + 1)$
- (d) $f(x, y) = e^{x^2 + 2y^2}$
- (e) $f(x, y) = \sin(4x - xy^7)$
- (f) $f(x, y) = (3x + 6y)(4x^2 y^8 - 2)$
- (g) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{xy}$
- (h) $f(x, y) = (3x - 2y) \cos(5 - x - 2y)$
- (i) $f(x, y) = \frac{x+y}{2x-y^2}$
- (j) $f(x, y) = \frac{e^x - e^y}{x-y}$

2. Határozza meg az alábbi függvények második parciális deriváltjait!

- (a) $f(x, y) = x^2 + y^2$
- (b) $f(x, y) = x^3 - x^2 y^2 + y$
- (c) $f(x, y) = e^{xy}$
- (d) $f(x, y) = \sqrt{4x - y}$
- (e) $f(x, y) = 3x^5 - 2y^3 \ln(4x + 6y)$

3. Határozza meg az alábbi függvények iránymenti deriváltját!

- (a) $f(x, y) = 3x + 7y, \underline{v} = (0, 6; 0, 8)$
- (b) $f(x, y) = x^3 + y^3, \underline{v} = (1, 2)$
- (c) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, \underline{v} = (4, 3)$
- (d) $f(x, y) = xy, \underline{v} = (5, 13)$
- (e) $f(x, y) = x^2 - y^2, \underline{v} = (2, 3)$

4. Határozza meg az alábbi függvények melyik irányban emelkednek a legjobban az adott pontban!

- (a) $f(x, y) = x^2 + y^2, (x_0, y_0) = (4, 3)$
- (b) $f(x, y) = 2x - 3y, (x_0, y_0) = (1, 2)$
- (c) $f(x, y) = \sqrt{6 - x^2 - y^2}, (x_0, y_0) = (1, 1)$
- (d) $f(x, y) = xy, (x_0, y_0) = (2, -3)$

5. Határozza meg az alábbi függvények által meghatározott felület érintősíkját az adott pontban!

- (a) $f(x, y) = 6x - 2y, (x_0, y_0) = (4, 1)$
- (b) $f(x, y) = x^2 - y^2, (x_0, y_0) = (-1, 2)$
- (c) $f(x, y) = \sqrt{14 - x^2 - y^2}, (x_0, y_0) = (1, 3)$
- (d) $f(x, y) = 10 - x^2 - y, (x_0, y_0) = (2, 1)$

6. Határozza meg az alábbi kétváltozós függvények által meghatározott felület adott síkkal párhuzamos érintősíkját!

- (a) $f(x, y) = x^2 + y^2, z = 2x + 3y + 1$
 - (b) $f(x, y) = x^2 - y^2, x + 3y + 4z = 5$
 - (c) $f(x, y) = x^3 + xy^2, z = 4x + 2y + 1$
7. Határozza meg az alábbi kétváltozós függvények lokális szélsőértékeit!
- (a) $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + xy + 2x + 4y + 7$
 - (b) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$
 - (c) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$
 - (d) $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy, x > 0, y > 0$
8. (a) Határozza meg az 1 egység térfogatú hasábok közül a legkisebb felszínűt!
 (b) Határozza meg a 6 egység felszínű hasábok közül a legnagyobb térfogatút!
9. Határozza meg az 1 sugarú gömbbe írható maximális térfogatú hasáb térfogatát!
10. Határozza meg az alábbi kétváltozós függvények feltételes szélsőértékeit a Lagrange-féle multiplikátort használva!
- (a) $f(x, y) = x^2 + y^2, g(x, y) = 2x - y - 3 = 0$
 - (b) $f(x, y) = xy, g(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$
 - (c) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, g(x, y) = x + y - 3 = 0$
11. Határozza meg a Lagrange-féle multiplikátort használva, hogy az 1 egység területű téglalapok közül melyik kerülete a legkisebb!
12. Határozza meg a Lagrange-féle multiplikátort használva, hogy az $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ ellipszisbe írható téglalapok közül melyik területe maximális!