

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2024. május 29. 10-12, Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó négy feladatból összesen el kell érni 8 pontot!

- (a) (2 pont) Definiálja a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ végtelen sor konvergenciáját!

(b) (2 pont) Adjon meg olyan alternáló végtelen sort, ami konvergens. Bizonyítsa a konvergenciát!

(c) (2 pont) Adjon meg olyan alternáló végtelen sort, ami divergens. Bizonyítsa a divergenciát!
- (a) (3 pont) Definiálja az $\underline{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrix inverzét!

(b) (2 pont) Adjon a determináns fogalmát használva szükséges és elégséges feltételt arra, hogy az $\underline{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrix invertálható legyen!

(c) (2 pont) Határozza meg az $\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix inverzét!
- (a) (3 pont) Definiálja az $f(x, y)$ függvény x -szerinti parciális deriváltját!

(b) (2 pont) Definiálja az $f(x, y)$ függvény (x_0, y_0) -ban vett gradiensvektorát!

(c) (2 pont) Határozza meg, hogy az $f(x, y) = x^2 - y^2$ felület a $(2, 1)$ pontban melyik irányban emelkedik a legmeredekebben!
- (6 pont) Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} (4x + 2)^n$ hatványsor konvergenciatartományát!
- (a) (3 pont) Mutassa meg, hogy $\mathbb{R}^3$ -ben a $\underline{b}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ és $\underline{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorok bázist alkotnak!

(b) (3 pont) Határozza meg a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ vektor koordinátáit a fenti bázisban!
- Legyen $\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) (4 pont) Határozza meg az $\underline{A}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

(b) (4 pont) Határozza meg az $\underline{A}^{1000}$ mátrixot!
- (7 pont) Határozza meg az $f(x, y) = 4x^2 + 4xy + 2y^2 - 20x - 12y + 8$ függvény lokális szélsőértékeit! A szélsőérték jellegét is meg kell határozni!
- (7 pont) Határozza meg a $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq y\}$ tartományon értelmezett az $f(x, y) = \frac{2}{3}(x + 2y)^{3/2}$ függvény által generált felület felszínét!
- (6 pont) Határozza meg a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 16, 0 \leq z \leq 6\}$ tartomány tömegét, ha a sűrűségfüggvénye $f(x, y, z) = x^2 + y^2$.