

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2025. június 10. 8-10, Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó négy feladatból összesen el kell érni 8 pontot!

- (3 pont) Írja le a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ végtelen sor konvergenciájának definícióját!
 - (3 pont) A végtelen sor konvergenciájának definícióját használva mutassa meg, hogy a $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k}$ végtelen sor konvergens! (Csak a definíció használatáért jár pont!)
 - (3 pont) Konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ végtelen sor?
- (3 pont) Definiálja, hogy a V vektortérben a $\underline{b}_1, \dots, \underline{b}_n$ vektorok mikor alkotnak bázist!
 - (3 pont) Definiálja, hogy a V vektortérben a $\underline{g}_1, \dots, \underline{g}_m$ vektorok mikor alkotnak generátorrendszert!
 - (3 pont) Döntse el, hogy $\mathbb{R}^3$ -ben az $\underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektorok generátorrendszert alkotnak-e!
- (3 pont) Definiálja az $f(x, y)$ függvény (x_0, y_0) -ban vett y -szerinti parciális deriváltat!
 - (2 pont) Számítsa ki az $f(x, y) = \ln(x^2 + xy)$ függvény $(x_0, y_0) = (1, 2)$ pontban vett y -szerinti parciális deriváltját!
- (4+2 pont) Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{ha } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2 & \text{ha } 0 < x < \pi, \end{cases}$ 2π -szerint periodikus függvény Fourier-sorának első négy nemnulla tagját! Ábrázolja a Fourier-sor által előállított függvényt a $[-10, 10]$ intervallumban!
- (6 pont) Határozza meg az $\underline{x} = \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{b}$ képlettel a következő lineáris egyenletrendszer megoldását:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 12 \\ x - y + 2z &= 11 \\ -x + 2y + z &= 14 \end{aligned}$$
- (4 pont) Határozza meg az $\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 17 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!
 - (4 pont) Ábrázolja a $17x^2 + 8xy + 2y^2 = 1$ egyenletnek eleget tevő pontokat a derékszögű koordinátarendszerben! Az új tengelyeken a tengelymetszeteket pontosan tüntesse fel!
- (6 pont) Határozza meg, az $f(x, y) = x^2 - y^2$ függvény által generált felület azon érintősíkjának egyenletét, amelyik párhuzamos a $16x + 8y + 4z = 5$ síkkal!
- (7 pont) Legyen $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq 2y\}$. Határozza meg a D -n az $f(x, y) = \sqrt{x+y}$ függvény kettősintegrálját D -n!
- (7 pont) Határozza meg a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, y \geq 0\}$ tartomány tömegét, ha a sűrűség-függvénye $f(x, y, z) = y$.