

Matematika A2 Mintavizsga

Az utolsó négy feladatból összesen el kell érni 8 pontot!

1. (a) (2 pont) Definiálja az $f(x, y)$ függvény x -szerinti parciális deriváltját!
(b) (2 pont) Definiálja az $f(x, y)$ függvény gradiensét!
(c) (3 pont) Határozza meg, hogy az $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ függvény az $(x_0, y_0) = (1, 2)$ pontban melyik irányban emelkedik legjobban!
2. (a) (3 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, ahogy a V vektortérben a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_n$ vektorok lineárisan függetlenek!
(b) (3 pont) Milyen z érték esetén lineárisan függetlenek a $\underline{v}_1 = (1, 2, 3)$, $\underline{v}_2 = (2, 3, 4)$ és $\underline{v}_3 = (3, 5, z)$ vektorok az $\mathbb{R}^3$ -ben?
3. (a) (3 pont) Írja le a pozitív tagú $\sum a_n$ végtelen sorra vonatkozó gyökkritériumot!
(b) (4 pont) Konvergens-e a következő végtelen sor: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{4^{n+2}}$?
4. (6 pont) Határozza meg az $f(x) = x$, $-\pi < x \leq \pi$, 2π -szerint periodikus függvény Fourier-sorának első három nemnulla tagját!
5. (a) (4 pont) Határozza meg az $\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!
(b) (4 pont) Határozza meg az $\underline{A}^{400}$ mátrixot!
6. (6 pont) Határozza meg az $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 4xy + 2x - 6y + 3$ függvény lokális szélsőértékeit! A szélsőérték jellegét is ellenőrizni kell!
7. (7 pont) Határozza meg az $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ és $C(1, 1)$ csúcsú vékony lemez tömegközéppontját, ha sűrűségfüggvénye $f(x, y) = xy$.
8. (7 pont) Határozza meg az $f(x, y) = x^2 + y^2$ felület $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$ tartomány feletti felszínét!
9. (6 pont) Határozza meg az $f(x, y, z) = \frac{xy}{y^2+1}$ függvény hármasintegrálját a $D = \{(x, y, z) : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2\}$ tartományon!