

Geometria 1. házi feladat matematikus hallgatók részére
2016-2017 I.félév

1. Bizonyítsuk be, hogy ha a kör bármely pontjából merőlegeseket bocsátunk a körbe írható háromszög oldalegyenesesire, akkor az így kapott merőlegesek talppontjai egy egyenesbe esnek (Wallace- vagy Simson-egyenes)
2. a.) Az A, B, C, D, E, F pontok egy hatszög oldalainak felezőpontjai valamilyen körüljárási irányt tekintve. Bizonyítsuk be, hogy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \mathbf{0}$
b.) Legyen $ABCD$ egy paralelogramma. Legyen az \overrightarrow{AD} szakaszának D -hez közelebbi harmadolópontja E , míg a \overrightarrow{BC} szakasz B -hez közelebbi harmadolópontja F . Az \overrightarrow{EF} szakaszt is osszuk fel 3 részre, az F -hez közelebbi harmadolópont legyen G . Írjuk fel \overrightarrow{AG} szakaszt az $\overrightarrow{AD} = \mathbf{a}$ és $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b}$ helyvektorok segítségével.
3. a.) Adott az $A(2, 0, 3)^T$ ponton áthaladó $\mathbf{v}(-2, 1, 2)^T$ vektorral párhuzamos e egyenes és a $P(x + 2, 1, 4)^T$ pont. Határozzuk meg x értékét úgy, hogy P és e távolsága $\sqrt{2}$ legyen.
b.) Adott két kitérő egyenes, melyek paraméteres előállításai: $x = 3 - 2q$, $y = 8 + q$, $z = -7 + 2q$ és $x = 0$, $y = 5 + 3s$, $z = 3 - s$. Határozzuk meg ezen egyeneseknek a $P(-1, 3, 3)$ ponton áthaladó transzverzálisát.
4. Mutassuk meg, hogy az ABC háromszög szabályos és határozzuk meg az $ABCD$ szabályos tetraéder D csúcsának koordinátáit, ha $A(4, 8, -3)^T$, $B(-4, -10, -1)^T$, $C(2, 0, 15)^T$.
5. Legyen adott egy háromszög és a körülírt kör O középpontjából a csúcsokba tartó vektorok legyenek $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$.
Bizonyítsuk be, hogy
 - a.) a súlypontba mutató vektor $\frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}}{3}$
 - b.) a magasságpontba mutató vektor $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$
 - c.) Bizonyítsuk az Euler egyenes tételét.
 - d.) Bizonyítsuk be hogy ha a beírt kör középpontja Q , akkor:

$$\overrightarrow{OQ} = \frac{a\mathbf{a} + b\mathbf{b} + c\mathbf{c}}{a + b + c}$$

(a, b, c a háromszög oldalainak hosszai, $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ pedig a csúcsokba mutató vektorok.)

Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontszámok kaphatók.

Beadási határidő: 2016. szeptember 27. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!