

Geometria 4. házi feladat matematikus hallgatók részére

2016-2017 I. félév

1. Tekintsük az euklideszi síkban az $(1, 1)^T$, $(-1, 1)^T$, $(1, -1)^T$, $(-1, -1)^T$ csúcspontokkal adott négyzetet. Határozzuk meg az $y = x^2$ parabola képeinek egyenleteit az összes a négyzetet önmagára képező egybevágóság esetén, adjuk meg az egybevágóságok mátrixait is.
2. Tekintsük azt a síkot, amely tartalmazza az $A(1, 0, 0)^T$ pontot és az $x = 1 + 4t$, $y = -2 + 2t$, $z = 2 + 3t$ egyenest. Határozzuk meg a síkra való tükrözés mátrixát és eltolási részét, majd ezek alkalmazásával adjuk meg a $P(7, 3, 10)^T$ pont tükörképét.
3. Vegyük a $4x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ egyenletű ellipszoidot. Forgassuk el eliszir az $x - 2 = y - 3 = z + 1$ egyenletrendszerő egyenes körül 120° -kal, majd az elforgatott felületet tükrözzük az $x = 0$, $y = -3z$ egyenletrendszerő egyenesre. Adjuk meg a transzformált felület egyenletét.
4. (a) Bizonyítsuk be, hogy egy tetszőleges háromszögben a köré írt kör sugarára mindig nagyobb vagy egyenlő mint a beírt kör sugarának kétszerese (Euler egyenlőtlenség)
(b) Bizonyítsuk, hogy egy tetraéderben a beírt (r sugarú) és a körülírt (R sugarú) gömb sugarai között mindig teljesül a $R \geq 3r$ egyenlőtlenség.
5. Legyen adott egy origó centrumú egységnyi élhosszúságú oktaéder, amelynek csúcsai a koordinátatengelyekre illeszkednek. Tekintsük egy tetraédert, amelynek csúcsai az oktaéder centruma, egyik lapjának középpontja, ezen lap egyik élének felezéspontja valamint ezen él egyik végpontja. Ezen csúcsok az oktaéder egy karakterisztikus szimplexét határozzák meg. Írjuk fel ezen tetraéder lapsíkjaira vonatkozó tükrözések mátrixait. Milyen transzformációkat határozhatnak meg az előbbi 4 síktükrözés egymás utáni alkalmazásai, ha mindegyik pontosan egyszer fordul elő? Mi lesz az oktaéder képe ezeknél a transzformációknál?

Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontszámok kaphatók.

Beadási határidő: 2016. november 8. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!