

Geometria 5. házi feladat matematikus hallgatók részére

2016-2017 I. félév

1. Írjuk fel az $x + 1 = (y - 2)/2 = (z + 3)/2$ egyenesre és az y tengelyre való tükrözés homogén koordinátákkal megadott mátrixát. Határozzuk meg ezek egymásutánjaként kapott egybevágóságok lineáris és eltolási részét. Mi a kapcsolat a tükrözések tengelyeinek távolsága és az eltolási rész nagysága között?
2. (a) Az ABC gömbháromszög oldalai legyenek $a = \frac{\pi}{2}$, $b = \frac{\pi}{3}$, $c = \frac{2\pi}{3}$. Határozzuk meg a háromszög köré és bele írt kör sugarát.
(b) Az ABC háromszög derékszögű gömbi háromszög. Igaz marad-e a gömbön, a hagyományos Euklideszi formában a Pithagorasz tétele?
3. (a) Az ABC gömbháromszög oldalai legyenek $a = \frac{\pi}{4}$, $b = \frac{\pi}{3}$, $c = \frac{\pi}{6}$. Jelölje az A csúcs szemközti oldalra vonatkozó merőleges vetületét A_1 . Hasonlóan B és C csúcs esetében B_1 illetve C_1 . Határozzuk meg BA_1 gömbi távolságot valamint az AA_1 gömbi magasságszakasz hosszát.
(b) Igaz marad-e a gömbi geometriában, hogy az AA_1 , BB_1 , CC_1 magasságegyenesek egy ponton haladnak át?
(c) Legyenek az ABC háromszögben F_A, F_B, F_C rendre a BC, AC illetve az AB gömbi háromszögoldalok felezéspontjai. Legyen továbbá $AF_A \cap BF_B = S$. Számítsuk ki SA gömbi távolságot.
(d) CF_C gömbi egyenes tartalmazza-e S pontot, azaz a súlyvonalívek egy ponton haladnak-e át?
4. Az egységnyi területű szabályos gömbi négyszög (gömbi négyzet) minden csúcsa köré a gömbi négyzet élének felével mint sugárral gömbi kört rajzolunk. Határozzuk meg a négyzet körökön kívül eső részének a területét.
5. Bizonyítsuk be Ptolemaiosz tételét.

Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontszámok kaphatók.

Beadási határidő: 2016. november 22. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!