

## Geometria 2. házi feladat matematikus hallgatók részére

2017-2018 I. félév

1. Bizonyítsuk a következő azonosságot, ahol  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  tetszőleges vektorok:

$$\left( \left[ (\mathbf{a} \times \mathbf{p})(\mathbf{b} \times \mathbf{q})(\mathbf{c} \times \mathbf{r}) \right] + \left[ (\mathbf{a} \times \mathbf{q})(\mathbf{b} \times \mathbf{r})(\mathbf{c} \times \mathbf{p}) \right] + \left[ (\mathbf{a} \times \mathbf{r})(\mathbf{b} \times \mathbf{p})(\mathbf{c} \times \mathbf{q}) \right] \right) = 0.$$

2. Adottak az  $A = (2, 3, 1)^T$ ,  $B = (5, 6, 1)^T$ ,  $C = (1, 0, 2)^T$  pontok. Határozzuk meg  $D$  pontot úgy, hogy az a koordinátasíktól egyenlő távolságra legyen és valamint  $ABCD$  tetraéder térfogata  $7/2$ . Határozzuk meg továbbá a keletkezett tetraéder súlypontját, körülírt és beírt gömbjének középpontjait és ezen gömbök sugarait.
3. Legyenek  $A = (1, 1, 1)^T$ ,  $B = (2, 2, 2)^T$ ,  $C = (-1, 2, 0)^T$  adott pontok. Meghatározandó annak a síknak az egyenlete, amely az  $x$  tengelyre illeszkedik és amelyre nézve a háromszög vetületének területe az eredetinek a fele.
4. (a) Igazoljuk, vektorok segítségével, hogy ha egy tetraéderben két-két kitérő élpár merőleges egymásra, akkor a harmadik élpár is merőleges egymásra.
- (b) Igazoljuk, hogy ekkor a tetraéder magasságegyenesei egy ponton haladnak át (ezt a pontot a tetraéder magasságpontjának nevezzük.)
- (c) Igazoljuk, hogy a tetraéder éleire merőleges síkjai, amelyek áthaladnak a tetraéder megfelelő szemköztes élének felezéspontján, egy ponton haladnak át. Ezt a pontot a tetraéder Monge-pontjának nevezzük.
5. (a) Bizonyítsuk be vektorok felhasználásával a háromszög Feuerbach-féle körének létezését.
- (b) Vektorok felhasználásával igazoljuk a háromszög Euler egyenesének létezését.
- (c) Adott az  $ABC$  háromszög Feuerbach-féle körének  $F$  középpontja, továbbá a háromszög  $A$  csúcsa és  $M$  magasságpontja. Szerkesztendő a háromszög!

**Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontoszámok kaphatók.**

Beadási határidő: 2017. október 10. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!