

Geometria 4. házi feladat matematikus hallgatók részére

2017-2018 I. félév

1. Legyen ABC tetszőleges hegyesszögű háromszög. Legyen T az a transzformáció, amelyet az AC , AB majd a BC egyenesekre való tükrözések ebben a sorrendben történő végrehajtása határoz meg. Jelöljük M -mel az ABC háromszög magasságpontját.
 - (a) Igazoljuk, hogy $T^{2018}(M)T^{2018}(C)$ egyenese merőleges AB egyenesére.
 - (b) Igazoljuk, hogy $MT^{2017}(M)$, $MT^{2019}(M)$ és $MT^{2021}(M)$ szakaszok felezéspontjai egy egyenesre illeszkednek.
 - (c) Mutassuk meg, hogy $MT^{1000}(M)$ egyenese párhuzamos $CT^{1000}(C)$ egyenessel.
2. Határozzuk meg egy adott ABC háromszögbe írható legkisebb kerületű $A'B'C'$ háromszöget. Ne feledkezzük meg a diszkusszióról sem. (Az $A'B'C'$ háromszöget akkor tekintjük beírt háromszögnek, ha $A' \in BC$, $B' \in AC$ és $C' \in AB$.)
3. Tekintsük az euklideszi síkban a $(0, 2)^T$, $(-\sqrt{3}, -1)^T$, $(\sqrt{3}, -1)^T$ csúcspontokkal adott szabályos háromszöget. Határozzuk meg az $y^2 - x^2 = 1$ hipebola képeinek egyenleteit az összes a háromszöget önmagára képező egybevágóság esetén, adjuk meg az egybevágóságok mátrixait is.
4. Adjuk meg a negyedfordulatos elforgatás mátrixát, amelynek tengelye áthalad a $P(-1, 3, -5)$ és $Q(2, -1, -5)$ pontokon, (a tengelyirányt a \overrightarrow{PQ} jellemzi, jobbsavar legyen). Majd határozzuk meg a PQO síkra vonatkozó tükrözés mátrixát (O az origó). Mi lesz a $19x - y - z = 81$ sík képeinek egyenlete a transzformációknak a megadásuk sorrendjében történő végrehajtása után.
5. Határozzuk meg annak a csavarmozgásoknak a lineáris és eltolási részeit, amelynek tengelyeit egy szabályos oktaéder szemközti lapjainak középpontjai határozzák meg, ahol az oktaéder origó centrumú egységnyi élhosszúságú és a csúcsai a koordinátatengelyekre illeszkednek. A csavarmozgások elfordulási szöge 120 fokos és tengely menti eltolás nagyságát a szabályos oktaéder szemközti lapjainak távolsága adja meg. (Az eltolás iránya illetve

a forgatás tengelyéhez tartozó "irány" szabadon megválasztható.) Határozzuk meg a $P(1, -3, 4)^T$ pont és az adott oktaéder képét a csavarmozgások végrehajtása után.

Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontszámok kaphatók.

Beadási határidő: 2017. november 7. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!