Geometria 1. házi feladat matematikus hallgatók részére

2018-2019 I. félév

1. Adott két egybevágó kocka. Párhuzamos eltolással átvihető-e az egyik a másikon úgy, hogy abból egy gyűrűszerű (tórusszal homeomorf) rész sértetlen maradjon? Válaszunkat indokoljuk.

2. (a) Bizonyítsuk be, hogy a körbe írt négyszög átlóinak szorzata egyenlő a szemközti oldalak szorzatának összegével. (Ezt a nevezetes tételt megalkotójáról egy görög matematikusról nevezték el, ki volt Ő?).

   (b) Igaz a tétel megfordítása is? Ha igen akkor bizonyítsuk be: Ha egy négyszögben a szemközti oldalak szorzatainak összege megegyezik az átlók szorzatával, akkor a négyszög húrnégyszög.

   (c) Hogy lehetne általánosítani, kibővíteni ezt a tételt konvex síkbeli négyszögekre? Fogalmazzuk meg a tételt így és bizonyítsuk is be.

3. Az $ABCD$ téglalap síkjában vegyünk fel tetszőlegesen az M és N pontokat. Bizonyítsuk be, hogy
$$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{DM}\cdot\overrightarrow{DN}.$$

4. Az $ABCD$ tetraéder csúcspontjai $A=(-4,1,5)^T$, $B=(-2,0,2)^T$, $C=(-1,0,3)^T$ és $D=(x,9,-2)^T$, a D csúcshoz tartozó magasság pedig $m=6\sqrt{3}$. Adjuk meg x értékét, ha az $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ élvektorok ebben a sorrendben egy balrendszert alkotnak.

5. (a) Adottak az $x=5-3t$, $y=7+7t$, $z=2+2t$ és $x=3-2t$, $y=14+3t$, $z=-3+t$ kitérő egyenesek. Határozzuk meg a $\mathbf{v}=(1,-6,2)^T$ iránnyal párhuzamos transzverzálisát és ennek metszéspontjait a kitérő egyenesekkel.

   (b) Ha adott két kitérő egyenes (mint pl az előző részben) és a két kitérő egyenes pontjait minden lehetséges módon összekötjük és vesszük a szakaszok felezéspontjainak a halmazát, akkor mit mondhatunk erről a ponthalmazról?

Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontszámok kaphatók.

Beadási határidő: 2018. szeptember 25. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!