

## Geometria 2. házi feladat matematikus hallgatók részére

2018-2019 I. félév

1. Bizonyítsuk a következő azonosságot, ahol  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{e}, \mathbf{f}$  tetszőleges vektorok:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b})(\mathbf{c} \times \mathbf{d})(\mathbf{e} \times \mathbf{f}) = [\mathbf{abe}][\mathbf{cdf}] - [\mathbf{abf}][\mathbf{cde}].$$

2. (a) Mi azon pontok mértani helye a síkban, amelyeknek két adott ponttól mért távolságainak aránya adott pozitív szám? Kinek a nevéhez fűződik ez a klasszikus feladat?
- (b) Mi azon pontok mértani helye a térben (3-dimenziós Euklideszi tér), amelyeknek két adott ponttól mért távolságainak aránya adott pozitív szám?
- (c) Mi azon pontok mértani helye a síkban, amelyeknek két adott egyenestől mért távolságainak aránya adott pozitív szám?
- (d) (Nem kötelező feladat, jó megoldás esetén pluszpont kapható!) Mi azon pontok mértani helye a térben (3-dimenziós Euklideszi tér), amelyeknek két adott egyenestől mért távolságainak aránya adott pozitív szám?
3. Bizonyítsuk be, hogy az érintőnégyzőg beírt körének középpontja rajta van az átlók felezőpontjait összekötő egyenesen. Kinek a nevét viseli ez a nevezetes feladat?
4. Adva van négy páronként kitérő egyenes,  $a, b, c, d$ . Mutassuk meg, hogy ha az  $a, b$  és  $a, c, d$  az  $a, c$  és  $a, b, d$  egyenesek normáltranszverzálisai merőlegesek egymásra, akkor az  $a, d$  és  $a, b, c$  egyenesek normáltranszverzálisai is merőlegesek egymásra.
5. Legyen adva térben négy pont:  $P_1, P_2, P_3, P_4$ . Az  $M$  és  $N$  pontok ugyanabban az arányban osztják a  $P_1P_2$  és  $P_3P_4$  távolságokat:

$$P_1M : MP_2 = P_3N : NP_4 = \lambda \in \mathbf{R}^+.$$

Igazoljuk, hogy  $[P_1, P_2, P_3, P_4]$ ,  $[P_1, P_3, M, N]$  és  $[P_2, P_4, M, N]$  pontnégyesek súlypontjai (a súlyponton a pontrendszer súlypont fogalmát értjük) egy egyenesre illeszkednek.

Igaz lesz ugyanez az állítás az előző pontnégyesek által meghatározott tetraéderek körülírt gömbjeinek a középpontjaira is?

**Minden feladat 1 pontos, a nem teljes megoldások lényeges lépéseire részpontoszámok kaphatók.**

Beadási határidő: 2018. október 9. (legkésőbb az előadáson).

Jó munkát kívánunk!