

Analízis 3. Házi feladatok - 1. rész (2010/2011 őszi)

1. Adjuk meg az összes σ -algebrát \mathbb{N} -en!
2. Legyen μ külső mérték X -en, $E_1 \subset E_2 \subset \dots$ μ -mérhető halmazok. Bizonyítsuk be, hogy

$$\mu \left(A \cap \left(\bigcup_n E_n \right) \right) = \lim_n \mu(A \cap E_n),$$

minden $A \subset X$ halmaz esetén.

3. Legyen $X \neq \emptyset$, μ_1 és μ_2 külső mértékek X -en. Bizonyítsuk be, hogy
 - (a) $\mu_1 + \mu_2$ külső mérték,
 - (b) $A \subset X$ mérhető μ_1 és μ_2 szerint pontosan akkor, ha A mérhető $\mu_1 + \mu_2$ szerint.
4. Legyen μ külső mérték X -en, $f : X \mapsto Y$ egy tetszőleges függvény és $\nu(B) := \mu(f^{-1}(B))$, ha $B \subset Y$. Mutassuk meg, hogy ν külső mérték Y -on!