

5. heti házi feladat

1. Legyenek $f, g : X \rightarrow \overline{\mathbf{R}}$ mérhető függvények az (X, \mathcal{A}, μ) mértéktérben.

a. Ha $f \leq g$ és létezik $\int_X f d\mu, \int_X g d\mu$, akkor $\int_X f d\mu \leq \int_X g d\mu$.

b. Ha létezik $\int_X f d\mu, \int_X g d\mu$ és $\int_X f d\mu + \int_X g d\mu$, akkor létezik $\int_X (f + g) d\mu$ is és $\int_X (f + g) d\mu = \int_X f d\mu + \int_X g d\mu$.

2. Ha $f : X \rightarrow \overline{\mathbf{R}}$ integrálható és $\int_A f d\mu = 0$ minden mérhető A halmazon, akkor $f = 0$ μ -m.m.

3. Legyen $X = (0, \infty)$ és bármely $A \subset X$ részhalmazra $\mu(A) = \sum_{n \in A, n \geq 1} 1/n$. Milyen mérhető függvények lesznek integrálhatók?

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x} d\mu(x) = ?$$