

6. hét

1. Ha (X, \mathcal{A}, μ) véges mértéktér, $f_n : X \rightarrow [0, K]$ mérhető m.m. konvergens függvénysorozat, akkor

$$\liminf \int_X f_n d\mu = \int_X \liminf f_n d\mu.$$

Igaz marad-e az állítás, ha nem tesszük fel a m.m. konvergenciát?

2. Legyen (X, \mathcal{A}, μ) mértéktér, $f_n : X \rightarrow \mathbf{R}$ integrálható és $\sum f_n(x)$ abszolút konvergens μ -m.m. x -re. Következik-e ebből, hogy

$$\int_X \sum f_n d\mu = \sum \int_X f_n d\mu?$$

3. Legyen (X, \mathcal{A}, μ) mértéktér, $f, f_n, f_{n,k} : X \rightarrow \mathbf{R}$ mérhető függvények, $f_n \rightarrow f$ mértékben és minden n -re $f_{n,k} \rightarrow f_n$ mértékben. Akkor van olyan k_n részsorozat, hogy $f_{n,k_n} \rightarrow f$ mértékben.