

8. heti házi feladat

1. Milyen valós  $\alpha$ ,  $\beta$ -ra lesz az  $x^\alpha \sin(x^\beta)$  függvény korlátos változású  $[-1, 1]$ -en?

2. Adjunk példát olyan  $f_n : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  monoton növekvő függvényekre, ahol  $\sum f_n = f$  minden valós  $x$ -re, de  $f'(0) \neq \sum f'_n(0)$ . (Ismert, hogy  $f' = \sum f'_n$  majdnem mindenütt.)

3. A közönséges Cantor-halmaz pontjait harmadostört-alakban felírva

$$x = \sum_1^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{3^n}, \quad \varepsilon_n = 0 \text{ vagy } 2.$$

Legyen  $f(x) = \sum_1^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{2^{n+1}}$  a Cantor-halmaz pontjaiban és legyen lineáris a kihagyott szakaszokon. Akkor  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  monoton növekvő folytonos ráképezés és  $f' = 0$  m.m.