

1. [15p] Oldjuk meg Laplace-transzformációval:

$$y'' + 2y' + 2y = \cos t + \delta(t - \pi/2), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

2. [10p] Vezessük le az n és a $\sin(an)$ sorozatok z-transzformáltjának képletét.
3. [15p] Számítsuk ki $xe^{-|x|}$ és $\sin(x)e^{-|x|}$ Fourier-transzformáltját.
4. [15p] Definiáljuk a gyorsan csökkenő alapfüggvények terét és a temperált disztribúció fogalmát. Temperált disztribúció-e: $t^{100} \cos t$, $\sin(e^t)$, $[\sin(e^t)]'$ (függvényként deriválva).
5. [10p] Oldjuk meg \mathcal{S}' -ben a $T' = 2\chi_{(0,\infty)} + \delta$ egyenletet.
6. [20p] a. Mondjuk ki a Plancherel tételt.
b. Mutassuk meg a Fourier-transzformált és annak inverze segítségével, hogy ha λ sajátértéke a Fourier-transzformációnak, akkor $\lambda^4 = 1$.
c. Mik a Fourier-transzformáció sajátértékei és sajátfüggvényei?
7. [15p] Definiáljuk az MRA fogalmát. Egy MRA-ban mit értünk anya-waveleten? Az anya-wavelet eltoltsjai melyik térben alkotnak ortonormált bázist?