Mintazárthelyi, Felsőbb mat. inf. B, 2009. december

1. [15p] $\cos x$ gyökét keressük Newton-módszerrel. Írjuk fel az iteráció egy lépését (hogyan kapjuk x_{n+1}-et x_n-ből). Írjuk át a képletet az $\varepsilon_n = x_n - \pi/2$ hibára. Mit tapasztalunk a hibacsökkenés sebességére nézve?

2. [15p] Határozzuk meg a következő függvény feltételes szélsőérték-helyét a megadott feltétel mellett: $f = xyz$, ha $x+y+z=1$. A kapott pontban globális szélsőérték is van?

3. [15p] Írjuk fel az első és második variációját az alábbi $J(y)$ funkcionálnak:

$$\int\limits_a^b \sqrt{y + y'^2}\, dx,$$

4. [15p] Írjuk fel a következő funkcionálhoz tartozó Euler-Lagrange egyenletet és keressük meg az extremális y függvényt:

$$\int\limits_0^1 (y'^2 - y^2 - y)e^{2x}\, dx, \quad y(0) = 0,\ y(1) = 1/e.$$

5. [10p] Keressük meg azt a $J(y)$ funkcionált, melynek az Euler-Lagrange egyenlete éppen az $1 = y' + y$" differenciálegyenlet.

6. [15p] A Pontrjagin-féle maximumelv segítségével oldjuk meg az alábbi optimalizálási feladatot (adjuk meg az optimális irányítást és az optimális trajektóriát):

$$\ddot{x} = u,\ |u| \le 1,\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0,\ x(T) = 1,\ \dot{x}(T) = 0,\ T \to \min.$$

7. [15p] Írjuk fel az alábbi feladathoz tartozó Hamilton-Jacobi-Bellmann egyenletet:

$$\dot{x_1} = x_2,\ \dot{x_2} = u,\ x_1(0) = 0,\ x_2(0) = 0,\ x_2(1) - x_1(1) + \int\limits_0^1 u^2\, dt \to \min.$$