

1. Mi lesz az $f \circ g$, mi lesz a $g \circ f$ függvény, ha... (adjuk meg az értelmezési tartományukat is)
- a) $f(x) = x - 7$ $g(x) = x^2$. b) $f(x) = x^2$ $g(x) = \sqrt{x}$.
 c) $f(x) = |x|$ $g(x, y) = x - y$. d) $f(z) = (\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z)$ $g(x, y) = x^2 + y^2$.

$f(x)$	$g(x)$	$(f \circ g)(x)$
$ x $	$\ln x$	
$\ln x$	$ x $	
	$\ln x$	$\cos(x^2)$
$\ln x$		$\cos(x^2)$
$\sin \sqrt{x}$		$\ln x$

2.* Egészítsük ki a táblázatot:

3. A definíció alapján határozzuk meg a határértékeket. Számoljuk ki, hogy x -nek mennyire kell közel lennie x_0 -hoz ahhoz, hogy a függvényérték a határértéket legalább $\varepsilon = 10^{-2}$ pontossággal megközelítse.

a) $\lim_{x \rightarrow 4} 3x - 1$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sgn} x$ c)* $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 3x - 1)$ d)* $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x^2 - 1)}{x + 1}$

4. Piroska olyan kört szeretne rajzolni, amelynek területe 100cm^2 . Mekkora hibázhat a körző kinyitásánál ahhoz, hogy a kör területe maximálisan 1cm eltéréssel 100cm^2 legyen?

- 5.* Viktor 10 méterről szeretné a labdát az 1 méter széles teremfoci-kapu közepébe gurítani. Hány fokot tévedhet a célzásnál, hogy a labda még bemenjen a kapuba?

6. Ábrázoljuk a következő függvényeket:

a) $\sin x$ b) $2 \sin x$ c) $1 + 2 \sin x$ d) $1 + 2 \sin(x - 1)$ e) $1 + 2 \sin\left(\frac{x}{2} - 1\right)$

- 7.* Határozzuk meg a függvények értelmezési tartományát, értékkészletét, és ábrázoljuk őket. Amelyik invertálható, annak írjuk fel az inverzét is, majd ábrázoljuk azt is.

a) $(x + 3)^5$ b) $\sin(2x + 1)$ c) $\ln(x/2) + 3$ d) 5^{2x}

8. Ábrázoljuk az alakzatot, majd módosítsuk a képletét úgy, hogy a megadott transzformációk történjenek a képével.

a) $f(x) = -\sqrt{x}$, eltolás: $\rightarrow 3$ b)* $f(x) = x^2$, eltolás: $\downarrow 3, \leftarrow 2$
 c) $x^2 + y^2 = 49$, eltolás: $\swarrow 2$ d)* $y = x^2 - 1$, nyújtás: $\uparrow 3$
 e) $y = \sqrt{4 - x^2}$, nyújtás: $\leftrightarrow 1/2$ f)* $x^2 + y^2 = 1$, nyújtás: $\leftrightarrow 3$

Emlékeztető

- Ha $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények, akkor $f \circ g$ egy olyan függvény, amelyre $(f \circ g)(x) = f(g(x))$. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek g az inverze, ha $(f \circ g)(x) = x$. $f(x)$ inverzét $f^{-1}(x)$ jelöli.
- Egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek a határértéke x_0 -ban a , (jelölésben $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$), ha minden $(x_n) \rightarrow x_0$, $x_i \neq x_0$ sorozat esetén $f(x_n) \rightarrow a$.
 Ekvivalens definíció: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$, ha $\forall \varepsilon > 0$ -hoz $\exists \delta$, hogy $|x - x_0| < \delta$, és $x \neq x_0$ esetén $|f(x) - a| < \varepsilon$.