

1. Írjuk fel a megadott függvényt az adott P pontban érintő egyenes egyenletét!

a) $f(x) = x^2$, $P = (3, 9)$,

b)* $f(x) = \sin x$, $P = (\pi, 0)$.

2. Milyen α , β -ra deriválhatóak a következő függvények?

a) $\begin{cases} \alpha - \cos x & \text{ha } x > 0 \\ \beta x & \text{különben} \end{cases}$

b)* $\begin{cases} \sin x & \text{ha } x > 0 \\ \alpha x + \beta & \text{különben} \end{cases}$

c)* $\begin{cases} x^3 + \alpha & \text{ha } x > 1 \\ 2 - \beta x & \text{különben} \end{cases}$

3. Kiszámolandó határértékek:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{e^{x+1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x + \sin x}$

f)* $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$

g)* $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

h)* $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \ln x}{\sqrt{x}}$

i)* $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{x \cos x}{(2\pi - x)^2}$

j)* $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

k)* $\lim_{x \rightarrow 0+} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}$

l)* $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right)$

4. Keressük meg a lokális szélsőértékeit:

a) $x^3 - 3x^2 - 18x + 5$

b)* $x^3 - 6x^2 + 12x + 7$

5. Zsiga pálinkafőzdéje hetente x hordó pálinkát $x^3 - 6x^2 + 15x$ ezer forint költséggel képes előállítani, és y hordót $9y$ ezer forintért tud eladni. Mennyit kell termelnie, hogy maximális legyen a profitja?

6. Keressük meg a függvények adott intervallumon vett szélsőértékeit.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $I = [-3, 1]$

b) $f(x) = |x|$, $I = (-1, 1)$

c)* $f(x) = \sin x$, $I = [-1, 2]$

d)* $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$, $I = [-1/2, 4]$

7. Írjuk fel a következő függvények n . deriváltját:

a) $-\cos x$

b)* $x e^x$

8.* Móricka akkora téglalap alakú folyóparti telket kap, amekkorát 1000 méternyi drótkerítéssel körül tud keríteni. (A folyópart egy egyenes, a teleknek erre kell illeszkednie. A telek folyóparti oldalára nem kell kerítés.) Milyen alakban kell felépítenie a kerítést, hogy a lehető legnagyobb területű legyen a telke?

9.* Hogyan válasszunk két pozitív számot úgy, hogy az összegük 50 legyen, a szorzatuk pedig a lehető legnagyobb?

Hogyan válasszunk két pozitív számot, hogy a szorzatuk 50 legyen, az összegük pedig a lehető legnagyobb?

Emlékeztető

– A *L'Hospital-szabály*: Ha f és g deriválható függvények, és $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, vagy

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty, \text{ akkor } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$