

1. Számoljuk ki a következő Taylor polinomokat, és írjuk fel a hozzájuk tartozó hibatagot.
 - a) $f(x) = (x - 2)^{-2}$, középpont: 3, $T_3(x) = ?$
 - b) $f(x) = \sin x$, középpont: π , $T_n(x) = ?$
 - c)* $f(x) = e^x$, középpont: 0, $T_5(x) = ?$
 - d)* $f(x) = \ln \cos x$, középpont: 0, $T_6(x) = ?$
2. $\ln(1.1)$ -et szeretnénk közelítőleg kiszámolni a $\ln(1 + x)$ függvény 0 középső Taylor-polinomja segítségével. Hányadik tagig kell elmennünk, hogy a közelítés hibája 10^{-8} alá csökkenjen?
3. Számoljuk ki közelítőleg a megadott számokat egy alkalmas függvény 2., 3., 4. rendű Taylor polinomját használva eszközül. Becsüljük meg a közelítés hibáját!
 - a) $\sqrt[3]{25}$
 - b)* $\sin 33^\circ$
 - c)* e
4. Egy téglalap alakú, 1×2 méteres kartonpapírból felül nyitott, téglalap alakú dobozt hajtogatunk úgy, hogy a papír négy sarkából négy egybevágó négyzetet vágunk ki, majd felhajtjuk a doboz oldalait. Mekkora négyzeteket kell kivágnunk, hogy a doboz térfogata maximális legyen?
5. Egy épülő atlétikapályán két párhuzamos egyenes szakaszból, és az őket összekötő félkörívekből áll a futópálya. Hogyan kell kialakítani a pálya alakját, hogy a futópálya hossza 400 méter legyen, és a lehető legnagyobb területű téglalap alakú focipálya férjen el a belsejében?
- 6.* Egy derékszögű háromszög átfogója 10 cm. Maximum mennyi lehet a területe?
- 7.* Egy egyenes körkúp alapkörének a sugara 2 méter, magassága 5 méter. Határozzuk meg a kúpba írható maximális térfogatú henger adatait!
- 8.* Magyarországon a teljes lakosság 1 év alatt összesen 10^{13} forintnyi jövedelmet kap. Tudjuk, hogy ha a keresetek $(100y)\%$ -át kéne jövedelemadóként befizetni, akkor a lakosság a befizetendő adó $(100y^3)\%$ -át elcsalná (nem fizetné be). Ferenc azon töpreng, hogy ilyen feltételek mellett mekkorára kéne az adókulcsot állítani, hogy a lehető legtöbb pénz folyjon be? Segítsünk neki!
- 9.* Keressük meg az $y^2 = x$ parabolának azt a pontját, amely a $(6, 0)$ ponthoz a legközelebb van!
- 10.* Igaz? Hamis?
 - a) Ha $\lim_{x \rightarrow 0-} f'(x) = \infty$, akkor $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \infty$.
 - b) Ha $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \infty$, akkor $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

Emlékeztető

– Egy n -szer deriválható függvény a körüli n . rendű Taylor polinomja:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x - a)^k. \text{ A közelítés hibatagja: } R_n(x, \xi) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - a)^{n+1}$$

Taylor tétele: Ha $f^{(n)}$ differenciálható az $[a, b]$ intervallumon, akkor létezik egy $\xi \in [a, b]$, hogy $f(b) = T_n(b) + R_n(b, \xi)$.