$\boxed{18\,db}$ $\boxed{7.42}$

1] a) $2-2i=2\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$ b) $z+1=iz-2$, $z(1-i)=-3$, $z=\frac{3}{i-1}=\frac{3(i+1)}{-2}=-\frac{3}{2}(i+1)$

2] $(1,1,0)\times(2,0,2)=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2\end{vmatrix}=(2,-2,-2)$, $n=(1,-1,-1)$

$x-1-y-(z-1)=0$, $x-y-z=0$

$x-2-(y-1)-(z-1)=0$, $x-(y-1)-(z+1)=0$

3] a) $\sqrt{n}\,\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\to\frac{1}{2}$ b) $\frac{n!}{(n+3)^n}\cdot\frac{1+\frac{25^n}{n!}}{(-1)^n+\frac{n^2}{3^n}}$ div. c) $\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)^{4n+2}\cdot\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)^{-1}\to e^{-2}$

4] a) $\lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$ esetén f folyt. x_0-ban

Bolzano: ha $f\in C[a,b]$, akkor f felvesz minden $f(a)$ és $f(b)$ közti értéket

b) $x\neq 0$-nál folytonos; $x=0$-ban megszüntethető szakadás, mert

$\underbrace{x}_{\to 0}\cdot\underbrace{\operatorname{arctg}\frac{1}{x}}_{\text{korlátos}}\to 0$

5] a) $\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+2)}=\frac{1-2}{1+2}=-\frac{1}{3}$ b) $\lim_{\to\infty}\frac{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}=1$

c) $\lim_{x\to 0}\underbrace{\frac{\ln(\cos x)}{\cos x-1}}_{\to 1}\cdot\underbrace{\frac{\cos x-1}{x^2}}_{\to -\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$

6] a) Ha f invertálható, $y_0=f(x_0)$ és $f'(x_0)\neq 0$, akkor $(f^{-1})'(y_0)=\frac{1}{f'(x_0)}$

b) $y_0=\ln 2\Rightarrow x_0=1$, $f'=\frac{\frac{1}{3}x^{-2/3}}{1+\sqrt[3]{x}}\underset{x_0=1}{=}\frac{1}{6}$, $(f^{-1})'(\ln 2)=6$

7] $\frac{2x+2^x\ln 2}{\cos^2(x^2+2^x)}\underset{x=0}{=}\frac{\ln 2}{\cos^2 1}$, $y-\operatorname{tg}1=\frac{\ln 2}{\cos^2 1}\cdot x$

8] a) $\underbrace{\sqrt[n]{3}}_{\to 1}\le\sqrt[n]{\frac{8+\frac{5}{n^3}}{2+\frac{7}{n^2}}}\le\underbrace{\sqrt[n]{5}}_{\to 1}$ $\quad n\ge n_0$, tehát $\lim=1$

b) $f(x)=3^x-\ln(1+x^2)$ folytonos, $f(0)=1>0$, $f(-\infty)=0-\infty$

Ezért $\exists\, x_0<0$, hogy $f(x_0)<0$. A Bolzano tétel miatt f-nek van zérushelye $(x_0,0)$-n.