

2. pótzárthelyi, Matematika A1a, 2010. május 14.

1. [15p] Határozzuk meg a l'Hospital szabállyal, vagy más módon

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^\pi - 3^\pi}{x - 3} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^2}}{\cos(x) - 1} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$

2. [15p] Hol monoton, hol van lokális szélsőértéke, hol konvex, hol konkáv az  $f(x) = xe^{-x^2}$  függvény?

3. [15p] a) Mondja ki a Rolle-tételt!

b) Adjunk becslést  $\arctan(1, 1)$  és  $\tan(47^\circ)$  értékére, úgy hogy a függvény kis változását a differenciállal helyettesítjük.

4. [15p] A Koca Kóla cég négyzet alapú gúlákból — “piramisokból” próbálja értékesíteni legújabb üdítő italát. Mennyi anyagot kell felhasználni a dobozhoz, ha tudjuk hogy a gúla térfogata  $\frac{1}{3}$  liter kell hogy legyen. (A Koca kóla maximálisan próbálja védeni a természetet, ezért a lehető legkevesebb anyagot szeretné felhasználni.)

5. [15p] a) Mutassuk meg mivé változik az  $\int f(x)dx$  integrál ha  $x$ -et  $g(u)$ -val helyettesítjük.

$$\text{b) } \int x^3 \ln(x) dx = ?$$

6. [(15p)] a) Definiáljuk a Riemann integrál fogalmát!

$$\text{b) } H(x) = \int_x^{x^2} \sin(t^2) dt \quad H'(x) = ?$$

7. [10p]

$$\text{a) } \int_{-1}^1 (1 + |x|) dx = ? \quad \text{b) } \int_0^1 \arctan(x) dx = ?$$

.....  
Pótfeladat csak elégségesért (csak 32 összpontszámig javítjuk):

8. [12p]

a) Hol konvex az  $x + e^{-x^2}$  függvény?

$$\text{b) } \int \frac{\sin(x)}{\cos^5(x)} dx$$

Munkaidő 100 perc.