

2. zárthelyi, Matematika A1a, 2010. május 4.

1. [15p] Határozzuk meg l'Hospital szabállyal, vagy más módon:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin x} =?, \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} =?, \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\operatorname{ctg} x} =?.$$

2. [15p] Vizsgáljuk meg az $f(x) = x \cdot \operatorname{arctg} x$ függvény konvexitását és adjuk meg $f(x)$ aszimptota-egyenesét $a + \infty$ -ben.

3. [15p] a) Mondjuk ki a Lagrange középértéktételt.

b) Adjuk meg $\ln 3$ és $\cos(61^\circ)$ közelítését úgy, hogy a függvény kis megváltozását a differenciállal helyettesítjük.

4. [15p] Mutassuk meg, hogy a $\operatorname{sh} x - x = 1$ egyenletnek pontosan egy pozitív megoldása van.

5. [15p] a) Mondjuk ki a parciális integrálás szabályát primitív függvényekre.

$$b) \int \frac{x - 1}{(x - 2)(x - 3)} dx = ?$$

6. [15p] a) Definiáljuk az oszcillációs összeg fogalmát és adjuk meg az integrálható függvények jellemzését oszcillációs összegekkel.

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{x^3} = ?$$

7. [10p]

$$a) \int_4^8 \frac{dx}{x} =?, \quad b) \int_0^{\pi/4} \cos^2 x dx = ?$$

.....
Pótfeladat csak elégségesért (csak 32 összpontszámig javítjuk):

8. [12p] a) Vizsgáljuk meg az $\frac{1}{x} + \frac{x^2}{2}$ függvény monotonitását $x > 0$ -ra.

$$b) \int \frac{1 + x}{1 + x^2} dx = ?$$

Munkaidő 100 perc.