

Név:

$$\boxed{} \cdot (0.4) + \boxed{} \cdot (0.6) = \boxed{}$$

Neptun kód:

1	2	3	4	5	6	7	Σ

1. a) (5 pont) Hány komplex gyöke lehet egy hetedfokú valós együtthatós polinomnak? (A válasz mellé indoklás is szükséges!)
- b) (10 pont) Írd $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) alakba a $\frac{\sqrt{i}}{i-1}$ komplex számot!
2. a) (5 pont) Mi egy $H \subset \mathbb{R}$ halmaz supremuma, illetve maximuma? Egy példán keresztül mutasd meg, hogy ez a két fogalom különbözik!
- b) (10 pont) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{\sqrt{n}} = ?$
3. a) (5 pont) Mikor mondjuk, hogy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$?
- b) (10 pont) Legyen $A = [-\pi, 2)$. Határozd meg a $\mathbb{Q} \setminus A$ halmaz torlódási pontjainak halmazát!
4. a) (5 pont) Hogyan lehet felírni egy differenciálható függvény grafikonját érintő egyenes egyenletét?
- b) (10 pont) Írd fel az $\ln(3x + e)$ függvény $x_0 = 0$ bázispontú harmadfokú Taylor polinomját, és a hozzá tartozó hibatagot!
5. a) (5 pont) Milyen f -re való következtetéseket lehet levonni f' és f'' előjeléből?
- b) (10 pont) Egy egyenlő szárú trapéz két szára és az alapja 1 cm hosszú. Hogyan kell megválasztani a száaraknak az alappal bezárt szögét, hogy a területe maximális legyen?
6. a) (5 pont) Mit mond ki a Newton–Leibniz-szabály?
- b) (10 pont) Az $\int \frac{\ln \sqrt{2x}}{x} dx$ integrálban végezd el a $\sqrt{2x} = y$ helyettesítést, és számold ki az integrál értékét!
7. a) (5 pont) Bizonyítsd be, hogy ha $f(x) \leq 1$ az $[a, b]$ intervallumon, és f Riemann-integrálható, akkor $\int_a^b f(x) dx \leq b - a$.
- b) (10 pont) Legyen $f(x) = \begin{cases} |x^3| & \text{ha } x < 1 \\ x & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$. $\int_{-1}^2 f(x) dx = ?$

Emlékeztető

– Segédeszközként csak számológép használható. A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.