

Név:

$$\boxed{} \cdot (0.4) + \boxed{} \cdot (0.6) = \boxed{}$$

Neptun kód:

1	2	3	4	5	6	7	Σ
<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%; height: 100%;" type="text"/>

1. a) (5 pont) Definiáld egy komplex számokból álló sorozat konvergenciájának fogalmát!
 b) (10 pont) Írd $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) alakba a $\sqrt[3]{\frac{1+i}{i}}$ komplex számot!
2. a) (5 pont) Mit nevezünk egy sorozat, illetve mit egy $H \subset \mathbb{R}$ halmaz infimumának?
 b) (10 pont) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n} - 3^{2n} + 6^n}{6^n \cos(n\pi) - 3^n} = ?$
3. a) (5 pont) Mikor nevezünk egy halmazt nyíltnak, illetve zártnak? Mutass példát mindkettőre!
 b) (10 pont) A határérték definícióját ellenőrizve mutasd meg, hogy $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$.
4. a) (5 pont) Mikor mondjuk, hogy az f függvény 0-beli jobboldali deriváltja 2?
 b) (10 pont) Határozd meg α és β összes olyan értékét, amelyre az

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x + \alpha) & \text{ha } x \geq 0 \\ \sin(\beta x) & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$
 függvény differenciálható!
5. a) (5 pont) Milyen szükséges, és milyen elégséges feltételt tudsz egy deriválható függvény lokális szélsőértékének létezésére?
 b) (10 pont) Egy kiadó összesen 180000 cm^2 írásfelületű könyvet szeretne készíteni, de még nem tudja, hogy hány, és mekkora oldalból álljon a könyv. Ha egy oldalt $x \text{ cm}^2$ hasznos írásfelülettel terveznek, akkor minden egyes könyvlap ára $(\frac{x}{4} + 2)$ forint, és a hozzá tartozó két borító ára $2 \cdot 10x$ forint lesz. Hogyan kell x értékét megválasztani, hogy a könyvet a lehető legkisebb költséggel adhassák ki? (Egy könyvlap mindkét oldalára lehet nyomtatni, de a fedőlapra nem.)
6. a) (5 pont) Mi a helyettesítéses integrálás?
 b) (10 pont) $\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 6} dx = ?$
7. a) (5 pont) Az f függvényről tudjuk, hogy páratlan és integrálható. Bizonyítsd be, hogy ekkor $\int_{-3}^3 f(x) dx = 0$.
 b) (10 pont) Legyen $f(x) = \begin{cases} x & \text{ha } x < 0 \\ \alpha \sin x & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$. Hogyan kell megválasztani α értékét, hogy $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ legyen?

Emlékeztető

– Segédeszközként csak számológép használható. A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.