

## 11. Feladatsor

### Konfidenciaintervallum:

1. Tegyük fel, hogy egy sokaság valamely tulajdonsága normális eloszlású valószínűségi változó ismert szórással.

a.) Mi a megbízhatóság szintje, ha az intervallum:  $(\bar{x} - 2.81 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2.81 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

b.) Milyen intervallum tartozna a 75%-os megbízhatósági szinthez?

2. Egy tó vízének szennyezettségére a víz forráspontjából akarnak következtetni. A tó 10 véletlenszerűen kiválasztott részéből vesznek mintát.  $X$  legyen az a valószínűségi változó, amelynek értéke az elméleti forrásponttól való eltérés.

0.2	1	-1.2	-0.7	1.1	0.3	-0.3	1.5	3.7	-1.3
-----	---	------	------	-----	-----	------	-----	-----	------

Korábbi mérésekből tudjuk, hogy  $X$  normális eloszlású és szórása 1.4. Adjunk 95%-os szinten konfidencia (megbízhatósági) intervallumot  $X$  várható értékére nézve.

3. Legyen a  $\xi$  valószínűségi változó jelentése egy ötvözet olvadáspontja. Tegyük fel, hogy  $\xi$  normális eloszlású, szórása ismert: 14 °C. Az olvadáspont meghatározáshoz 25 elemű minta (mérési adatsor) áll rendelkezésünkre. A mérési adatok átlaga 356,6 °C. Adjon meg 97% megbízhatósági szinthez konfidenciaintervallumot!

4. Egy automata gép 200 mm (névleges érték) hosszúságú pálcikákat készít. Előzetes adatfelvételtől tudjuk, hogy a gép által gyártott termékek hossza normális eloszlású valószínűségi változó, 3 mm szórással. Az  $n=16$  elemű minta elemeinek hosszmérete: 193, 195, 198, 201, 204, 196, 196, 196, 203, 199, 193, 198, 191, 191, 198, 200. Adja meg a 95%os megbízhatósági szinthez tartozó konfidenciaintervallumot. Készítse el az empirikus eloszlásfüggvényt.

### U-póba

1. Egy automata gép 200 mm hosszúságú pálcikákat készít. Előzetes adatfelvételtől tudjuk, hogy a gép által gyártott termékek hossza normális eloszlású valószínűségi változó, 3 mm szórással. Az  $n=16$  elemű minta elemeinek hosszmérete: 193, 195, 198, 201, 204, 196, 196, 196, 203, 199, 193, 198, 191, 191, 198, 200. Elfogadható-e a minta alapján, 99,9%-os szinten, hogy a sokaság várható értéke  $m_0=200\text{mm}$ ?

2. Táramérlegben két sorozatban 4-4 ismételt méréssel határozták meg egy tárgy tömegét. A 4 mérésből álló minta számtani középértékek:  $\bar{x}_1 = 5.006 \text{ g}$   $\bar{x}_2 = 5.0125 \text{ g}$ . Korábbi mérésekből tudjuk, hogy a mérés varianciája  $\sigma^2 = 10^{-4} \text{ g}^2$

Vizsgálja meg mind a két sorozatra, hogy

a.) állíthatjuk-e 95%-os biztonsággal, hogy a tárgy valódi tömege 5.0000 g.

b.) állíthatjuk-e 95%-os biztonsággal, hogy a tárgy valódi tömege nem kisebb, mint 5.0000

c) állíthatjuk-e 95%-os biztonsággal, hogy a tárgy valódi tömege nem nagyobb, mint 5.0000 g. (Három-három próbát kell elvégezni, amelyekben a nullhipotézis és az ellenhipotézis különböző.)

3. Egy 25 mérésből álló méréssorozat mintaközepére 52g adódott. A szórás ismert, 3g. Döntsen arról, hogy 95%-os megbízhatósági szinten elfogadható-e az, hogy a várható érték 54 g.
4. Bizonyos ötvözet titán tartalmát normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthetjük. A tartalom meghatározásakor a következő eredményeket kapták: 8.0%, 7.7%, 9.9%, 11.6%, 9.9%, 14.6%.  
Elfogadhatjuk-e ezen mérési sorozat alapján 90%-os szignifikancia szinten, hogy az ötvözet titán tartalma 9.5% ? A korábbi mérésekből felhasználjuk azt, hogy a szórás 1.09%.

### Kétmintás u-próba

1. Két gép (I. II.) ugyanazt az alkatrészt gyártja. Az alkatrészek mérete normális eloszlású valószínűségi változóval jellemezhető, a szórások rendre  $\sigma_I = 0,45mm$   $\sigma_{II} = 0,49mm$ . A két gépen gyártott alkatrészek méretére vonatkozóan a következő minták állnak rendelkezésre.

I.	3,72	4,01	3,81	3,67	3,77	
II:	3,68	3,96	3,82	4,02	3,71	4

Állapítsa meg, hogy 96%-os megbízhatósági szinten azonosnak tekinthető-e a két gépen beállított méret!

### Regressziós egyenes

1. Egy adott tárgyban a vizsgára való felkészülésre fordított napok számát és az elért eredményt (%) tartalmazza az alábbi táblázat. Adja meg a regressziós egyenes egyenletét.

Napok száma	Eredmény (%)
0	52
10	95
6	83
8	71
6	64

2. Egy hallgatói labor hét berendezésének életkora (X) és a karbantartásukra fordított összeg (Y) a következő táblázatban olvasható. Jellemezze az X és Y változók közötti kapcsolat szorosságát!

berendezés életkora (év)	10	15	12	18	8	11	10
karbantartásra fordított összeg (eFt)	50	60	57	60	45	53	52

3. Kutatók azt vizsgálták, hogy az éjszakai alvással töltött órák száma hogyan befolyásolja a másnap reggeli közérzetet. Hat diákból álló minta adatait tartalmazza az alábbi táblázat:

alvással töltött órák száma	7	5	8	6	6	10
közérzet (0-tól 8-as skálát használva)	4	2	7	2	3	6

Írja fel a két mennyiség közötti regressziós egyenest. Döntse el, hogy jogos-e a két mennyiség között lineáris kapcsolatot feltételezni.

4. Öt hallgató félévközi zh eredményeinek összegét jelölje  $x_i$ , ugyanazoknak a hallgatóknak a vizsga zh eredményeit jelölje  $y_i$ .

$x_i$	21	25	21	19	33
$y_i$	13	19	21	15	25

Adja meg a két változó (X,Y) közötti empirikus korrelációs együttható értékét. Jogos-e a két változó között lineáris kapcsolatot feltételezni?

5. Egy fém alkatrész korrózióját vizsgálták 500°C-os száraz oxigénben. Ebben a vizsgálatban a korrózió mértékére a különböző ideig tartó behatás következtében bekövetkező súlynövekedésből következtettek. Az X valószínűségi változó jelentése a kezelés időtartama órában, az Y valószínűségi változó jelentése a súlynövekedés %-a. Az alábbi mérési adatsor, minta alapján állapítsa meg, hogy jogos-e a lineáris kapcsolat feltételezése. Ha igen, akkor határozza meg az empirikus regressziós egyenest. Milyen súlynövekedésre számíthatnánk 1,5 órás kezelés hatására? Vizsgálja meg, hogy az empirikus regressziós egyenes egyenletéből adódó értékek mennyire egyeznek meg a mért értékekkel, mekkora az egyes mérések becsült hibája?

X	1	2	2,5	3	3,5	4
Y	0,02	0,03	0,035	0,042	0,05	0,054

6. Egy keverék alkotóelemének  $\xi$  víztartalma (%-ban) és a keverék  $\eta$  sűrűsége közötti kapcsolatra vonatkozó mérésorozat adatait tartalmazza az alábbi táblázat. Alkalmazható a két változó közötti sztochasztikus kapcsolat jellemzésére a lineáris regresszió?

$\xi$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\eta$	7,3	9,4	10,1	12,1	13,4	15,4	16,9	18,2	19,3	21,3	22,2

### Empirikus eloszlások, vegyes feladatok

1.. Egy kollégium diákjainak internetezési szokásait tanulmányozták. Ennek érdekében 14 hallgatót kérdeztek meg arról, hogy hetente hány órát tölt el az interneten. A kérdésre az alábbi válaszokat adták a diákok.

3	6	14	21	4	15	20	28	45	20	5	4	4	35
---	---	----	----	---	----	----	----	----	----	---	---	---	----

a. ) Határozza meg az adatok empirikus eloszlásfüggvényét, empirikus várható értékét és empirikus szórását. b.) Mi annak a valószínűsége, hogy egy találmányra kiválasztott diák 15 óránál többet fogja használni az internetet a következő héten?

2. Bizonyos ón-ólom ötvözet  $\xi$  olvadáspontjának meghatározására 24 véletlenszerűen kiválasztott mintadarabon mérést végeztek. ( $^{\circ}\text{C}$ )

330	328,6	342,4	334	337,5	341	343,3	329,5
322	331	336,4	326,5	327,3	338	331	332,3
345	338,5	329,7	325,8	322,6	333	339,2	340

Készítsen hisztogramot. Adjon becslést a várható értékre és a szórásra.