

|            | 1.  | 2.  | 3.  | 4.  | Összesen | Jegy |
|------------|-----|-----|-----|-----|----------|------|
| Elmélet:   | 15p | 15p | 10p | 10p |          |      |
| Gyakorlat: | 15p | 15p | 10p | 10p |          |      |

Írja fel a nevét és Neptun kódját. Csak a kiosztott, összetűzött papírt, a kézzel írott segédletet és kalkulátort lehet használni. A kész dolgozatot a feladatlapal és a saját segédlettel együtt függőlegesen hajtsa ketté! Az olvashatatlan áttekinthetetlen dolgozat értékelhetetlen. Meg nem engedett eszközök használata esetén a vizsga elégtelen osztályzattal zárul. Osztályozás: mind az elméletből, mind a gyakorlatból el kell érni legalább 15-15 pontot, ekkor a jegy: 0-39 pont elégtelen (1); 40-54 pont elégséges (2); 55-69 pont közepes (3); 70-84 pont jó (4); 85-100 jeles (5).

**Ne csak a végeredmény a megoldás menete is derüljön ki a leírásból!**

I. **E:** Osztályozza az alábbi állításokat: 1.) igaz, 2.) hamis, 3.) lehet igaz és lehet hamis megfelelő feltételek teljesülése esetén. **Válaszát indokolja, vagy példával támassza alá!**

a.) Ha  $R(\xi, \eta) = \text{cov}(\xi, \eta)$ , akkor  $M(\xi\eta) = M(\xi)M(\eta)$ .

b.) Ha egy adott tárgyból a vizsgateljesítésének valószínűsége, 0,5 és mindenki addig ismétli a vizsgát, amíg át nem megy, akkor a szükséges vizsgák számának várható értéke 2.

c.)  $F(x) = \frac{x-1}{x+1}$  ha  $x \geq 1$  eloszlásfüggvény.

d.)  $f(x) = x^2$ , ha  $-1 \leq x \leq 1$  különben 0.  $f(x)$  sűrűségfüggvény.

e.) Két változó esetén a perem eloszlásfüggvényekből egyértelműen meghatározó az együttes eloszlásfüggvény.

**Gy:** Egy üzemben olyan készülékeket gyártanak, amelyek élettartama exponenciális eloszlással jellemezhető. Az élettartam várható értéke 2 év.

**a.)** Mi annak a valószínűsége, hogy egy készülék 2 hónapon belül meghibásodik? **b.)** Mi annak a valószínűsége, hogy egy készülék a harmadik negyedévben fog tönkre menni, feltéve, hogy fél évig nem ment tönkre? **c.)** Mi annak a valószínűsége, hogy 5 darabot kiválasztva a készülékek közül legalább három darab 2 hónapnál tovább működik?

II. **E:** Tapasztalatok szerint az egyik tárgyból elért vizsgaeredmények olyan normális eloszlású valószínűségi változóval jellemezhetők, amelynek várható értéke:  $m_0$  (%), a szórása:  $\sigma_0$  (%). Hogyan határozza meg a ponthatárokat a vizsgáztató, ha azt szeretné, hogy a vizsgázók 10%-a elégtelen, 20%-a elégséges, 35%-a közepes, 20 %-a jó és 15%-a jeles osztályzatot kapjon? Rajzolja fel a sűrűségfüggvényt és szemléltesse azon a kapott eredményét!

**Gy:** A  $\xi$  és  $\eta$  valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye:

$$f_{\xi, \eta}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(1 + xy(x^2 - y^2)), & \text{ha } -1 \leq x \leq 1 \text{ és } -1 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

**a.)** Adja meg a két valószínűségi változó kovarianciáját! **b.)** Függetlenek-e a változók?

III. **E:** Tudjuk, hogy  $\xi$  és  $\eta$  olyan valószínűségi változók, amelyeknek létezik várható értéke és szórásnégyzete. A definíciók, a várható érték és a szórásnégyzet tulajdonságainak felhasználásával vezesse le a két változó összegének szórásnégyzetére vonatkozó összefüggést!

**Gy:** Egy adott szakon a tantárgyak teljesítése 50%-ban írásbeli vizsgával, 35%-ban szóbeli vizsgával és 15%-ban egyéb módon történik. Az írásbelik 20%-ában, a szóbelik 30%-ában szükséges kettőnél több oktató. A számonkérések 65%-ában nincs szükség kettőnél több oktatóra. A  $\xi$  valószínűségi változó értéke legyen 0, ha nincs szükség kettőnél több oktatóra; 1, ha szükség van. Az  $\eta$  értéke legyen 0, ha írásbelivel; 1, ha szóbelivel; 2, ha egyéb módon történik a tárgy teljesítése.

**a.)** Adja meg  $\xi$  és  $\eta$  együttes valószínűség-eloszlását! **b.)** Függetlenek-e a valószínűségi változók?

IV. **E:** **a.)** Mi a legjobb becslés a statisztikai sokaság várható értékére? Miért? **b.)** Mit jelent a 95%-os konfidencia intervallum? **c.)** Hogyan határozza meg a várható értékre vonatkozó intervallum határait, ha tudjuk, hogy a változó normális eloszlású és a szórása ismert?

**Gy:** Egy tárgy teljesítésének eredményessége és a csoportlétszám közötti kapcsolat vizsgálata során az alábbi eredményeket kapták:

|                |    |    |    |    |    |
|----------------|----|----|----|----|----|
| Létszám        | 25 | 14 | 33 | 28 | 20 |
| Átlag pontszám | 80 | 98 | 50 | 82 | 90 |

a.) Jogos-e a két változó közötti lineáris kapcsolat feltételezése?

b.) Becsülje meg, hogy milyen eredményre lehetne számítani egy 23 fős csoportban!

c.) A sztochasztikus kapcsolat leírásához melyik változót tekinti független változónak? Miért?