

	1.	2.	3.	4.	Összesen	Jegy
Elmélet:	15p	15p	10p	10p		
Gyakorlat:	15p	15p	10p	10p		

Írja fel a nevét és Neptun kódját. Csak a kiosztott, összetűzött papírt, a kézzel írott segédletet és kalkulátort lehet használni. A kész dolgozatot a feladatlapral és a saját segédlettel együtt függőlegesen hajtsa ketté! Az olvashatatlan, áttekinthetetlen dolgozat értékelhetetlen. Meg nem engedett eszközök használata esetén a vizsga elégtelen osztályzattal zárul. Osztályozás: mind az elméletből, mind a gyakorlatból el kell érni legalább 15-15 pontot, ekkor a jegy: 0-39 pont elégtelen (1); 40-54 pont elégséges (2); 55-69 pont közepes (3); 70-84 pont jó (4); 85-100 pont jeles (5).

Ne csak a végeredmény, a megoldás menete is derüljön ki a leírásból!

- I. **E:** Osztályozza az alábbi állításokat: 1.) igaz, 2.) hamis, 3.) lehet igaz és lehet hamis megfelelő feltételek teljesülése esetén. **Válaszát indokolja, vagy példával támassza alá!**

- a.) Ha A és B két független esemény, akkor A és $\bar{B}$ is független események.
 b.) A és η függetlenek, ha együttes sűrűségfüggvényük: $f(x, y) = 12xy(1-x)$ ha $0 \leq x \leq 1$ és $0 \leq y \leq 1$.
 c.) Az X valószínűségi változó exponenciális eloszlású, ha $F(x) = 1 - e^{-x^2}$, ha $x > 0$ különben 0.
 d.) Az $a(x^2 - y) - bxy' = 0$ differenciálegyenlet egzakt.
 e.) Egy valószínűségi változó várható értékének becslésére szolgáló 3 elemű mintából készített statisztikák szórása megegyezik:

$$\eta_1 = \frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3}{3} \text{ és } \eta_2 = \frac{2\xi_1 + \xi_2 + 3\xi_3}{6}$$

Gy: Egy vetélkedő 3 fordulóból áll. Mind a három rész eredményessége egy $(0,1)$ intervallumon egyenletes eloszlású X valószínűségi változótól függ. Az első fordulón akkor jut tovább a játékos, ha $X > 0,1$; a második, ha $X > 0,2$; a harmadikon, ha $X > 0,3$.

a.) A játékosok hány %-a jut túl az első fordulón? **b.)** Mi annak a valószínűsége, hogy egy játékos túljut a második fordulón, ha az elsőn túljutott **c.)** Mi annak a valószínűsége, hogy egy játékos végül nyer?

- II. **E:** Egy kártevő tojásokat tesz a növények levelére. A tojások száma (X) Poisson eloszlással jellemezhető λ paraméterrel. A kártevő jelenléte, akkor mutatható ki, ha a tojások száma legalább 1. Adja meg az Y várható értékét, ha $P(Y = k) = P(X = k | X > 0)$ és $k=1,2,\dots$!

Gy: Egy üzemben olyan alkatrészeket gyártanak, amelyek átmérője normális eloszlású valószínűségi változóval jellemezhető. Az X várható értéke 20 cm, szórása 0,8 mm. A terméket selejtesnek tekintjük, ha átmérője a várható értéktől annak 1%-nál jobban eltér. Az alkatrészeket 50 darabos kiszerezésben árulják.

a.) Mi annak a valószínűsége, hogy egy termék selejtes lesz? **b.)** Legyen Y valószínűségi változó jelentése a 4 darab alkatrész között előforduló nem selejtesek száma! Adja meg Y valószínűség-eloszlását! **c.)** Fogalmazza meg szavakkal az $F(M(Y))$ jelentését és számolja ki!

- III. **E: a.)** Adjon becslést a selejtarányra az előző példához kapcsolódóan, ha az átmérőnek, mint valószínűségi változó eloszlásának a típusa nem ismert! **b.)** Hogyan határozná meg ekkor, hogy legalább hány doboz tartalmát kell megvizsgálni, hogy az esetek legalább 70%-ában a selejt relatív gyakoriságának a valószínűségtől való eltérése 0,01-nél kisebb legyen?

Gy: A ξ valószínűségi változóról tudjuk, hogy $M(\xi) = 0,6$, sűrűségfüggvénye pedig: $f(x) = ax + bx^2$, ha $0 \leq x \leq 1$, különben 0.

a.) Adja meg a $P\left(0 < \xi \leq \frac{3}{2}\right)$ valószínűséget! **b.)** Adja meg az eloszlásfüggvényét!

- IV. **E: a.)** Egy normális eloszlású valószínűségi változó várható értékére vonatkozó, 95%-os megbízhatósági szinthez tartozó konfidencia intervallum ismert (7,8; 9,4). Mekkora lesz az intervallum hossza, ha változatlan kísérleti feltételek mellett csak 90%-os megbízhatósági szintet várunk el? **b.)** Hogyan kell megváltoztatni a kísérletek számát, ha azt szeretnénk, hogy az intervallum hossza 95%-os megbízhatósági szint esetén se legyen 1 egységnél nagyobb?

Gy: Egy választható tárgyat 3 szakról vettek fel: 50 környezetmérnök, 70 vegyészmérnök és 60 biomérnök hallgató. A környezetmérnök és biomérnök hallgatók 60%-a csütörtöki órákat látogatja, a vegyészmérnök hallgatók 40%-a a keddi órákra jár. **a.)** Írja fel a változók (ξ a hallgató szakja, η az órák napja) együttes valószínűség-eloszlását! **b.)** Függetlenek-e a valószínűségi változók? **c.)** Adja meg annak a valószínűségét, hogy egy találmányra kiválasztott hallgató biomérnök és kedden van az órája!