

11. Feladatsor

1. Egy elektromos hálózatba 100 db, egyenként 500 W-os fogyasztó kapcsolható. Tegyük fel, hogy a fogyasztókat egymástól függetlenül üzemeltetik, és mindegyikre 0.6 annak a valószínűsége, hogy egy adott pillanatban üzemel. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy adott pillanatban a hálózat igénybevétele legalább 28000 W? Közelítsünk valamelyik alkalmas más eloszlással is.
2. Mi a valószínűsége annak, hogy 100 darab 1 várható értékű és 1 szórású független valószínűségi változó összege nagyobb lesz, mint 100?
3. Egy tömegközlekedési eszköz tervezésekor tudják, hogy az utasok tömegének eloszlása olyan valószínűségi változó, amelynek várható értéke 70 kg, a szórása 10 kg. Milyen teherbírására tervezzék a járművet, ha egyszerre legfeljebb 150 utas használhatja, és az a cél, hogy a túlsúly valószínűsége 0,005-nál kisebb legyen?
4. Számítógéppel 120 ezer darab, a $[0, 1]$ intervallumon egyenletes eloszlású véletlen számot generálunk, amelyeket összeadunk. Mi a valószínűsége annak, hogy az így kapott összeg 59 900-nál nagyobb lesz?
5. Van 100 darab égőnk, amelyek élettartama egymástól független exponenciális eloszlású valószínűségi változó, 5 óra várható értékkel. Az égőket egymásután használjuk, azonnal kicserélve azt, amelyik kiégett. Becsülje meg annak a valószínűségét, hogy 525 óra után még van működő égőnk.

Konfidenciintervallum:

1. Tegyük fel, hogy egy sokaság valamely tulajdonsága normális eloszlású valószínűségi változó ismert szórással.

a.) Mi a megbízhatóság szintje, ha az intervallum: $(\bar{x} - 2.81 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2.81 \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

b.) Milyen intervallum tartozna a 75%-os megbízhatósági szinthez?

2. Egy tó vízének szennyezettségére a víz forráspontjából akarnak következtetni. A tó 10 véletlenszerűen kiválasztott részéből vesznek mintát. X legyen az a valószínűségi változó, amelynek értéke az elméleti forráspontról való eltérés.

0.2	1	-1.2	-0.7	1.1	0.3	-0.3	1.5	3.7	-1.3
-----	---	------	------	-----	-----	------	-----	-----	------

Korábbi mérésekből tudjuk, hogy X normális eloszlású és szórása 1.4. Adjunk 95%-os szinten konfidencia (megbízhatósági) intervallumot X várható értékére nézve.

3. Legyen a ξ valószínűségi változó jelentése egy ötvözet olvadáspontja. Tegyük fel, hogy ξ normális eloszlású, szórása ismert: 14 °C. Az olvadáspont meghatározáshoz 25 elemű minta

(mérési adatsor) áll rendelkezésünkre. A mérési adatok átlaga 356,6 °C. Adjon meg 97% megbízhatósági szinthez konfidenciaintervallumot!

4. Egy automata gép 200 mm (névleges érték) hosszúságú pálcikákat készít. Előzetes adatfelvételtől tudjuk, hogy a gép által gyártott termékek hossza normális eloszlású valószínűségi változó, 3 mm szórással. Az $n=16$ elemű minta elemeinek hosszmerete: 193, 195, 198, 201, 204, 196, 196, 196, 203, 199, 193, 198, 191, 191, 198, 200. Adja meg a 95%os megbízhatósági szinthez tartozó konfidenciaintervallumot. Készítse el az empirikus eloszlásfüggvényt.

Regressziós egyenes

1. Egy adott tárgyban a vizsgára való felkészülésre fordított napok számát és az elért eredményt (%) tartalmazza az alábbi táblázat. Adja meg a regressziós egyenes egyenletét.

Napok száma	Eredmény (%)
0	52
10	95
6	83
8	71
6	64

2. Egy hallgatói labor hét berendezésének életkora (X) és a karbantartásukra fordított összeg (Y) a következő táblázatban olvasható. Jellemezze az X és Y változók közötti kapcsolatot szorosságát!

berendezés életkora (év)	10	15	12	18	8	11	10
karbantartásra fordított összeg (eFt)	50	60	57	60	45	53	52

3. Kutatók azt vizsgálták, hogy az éjszakai alvással töltött órák száma hogyan befolyásolja a másnap reggeli közérzetet. Hat diákból álló minta adatait tartalmazza az alábbi táblázat:

alvással töltött órák száma	7	5	8	6	6	10
közérzet (0-tól 8-as skálát használva)	4	2	7	2	3	6

Írja fel a két mennyiség közötti regressziós egyenest. Döntse el, hogy jogos-e a két mennyiség között lineáris kapcsolatot feltételezni.

4. Öt hallgató félévközi zh eredményeinek összegét jelölje x_i , ugyanazoknak a hallgatóknak a vizsga zh eredményeit jelölje y_i .

x_i	21	25	21	19	33
-------	----	----	----	----	----

y_i	13	19	21	15	25
-------	----	----	----	----	----

Adja meg a két változó (X,Y) közötti empirikus korrelációs együttható értékét. Jogos-e a két változó között lineáris kapcsolatot feltételezni?

5. Egy fém alkatrész korrózióját vizsgálták 500°C-os száraz oxigénben. Ebben a vizsgálatban a korrózió mértékére a különböző ideig tartó behatás következtében bekövetkező súlynövekedésből következtettek. Az X valószínűségi változó jelentése a kezelés időtartama órában, az Y valószínűségi változó jelentése a súlynövekedés %-a. Az alábbi mérési adatsor, minta alapján állapítsa meg, hogy jogos-e a lineáris kapcsolat feltételezése. Ha igen, akkor határozza meg az empirikus regressziós egyenest. Milyen súlynövekedésre számíthatnánk 1,5 órás kezelés hatására? Vizsgálja meg, hogy az empirikus regressziós egyenes egyenletéből adódó értékek mennyire egyeznek meg a mért értékekkel, mekkora az egyes mérések becült hibája?

X	1	2	2,5	3	3,5	4
Y	0,02	0,03	0,035	0,042	0,05	0,054

6. Egy keverék alkotóelemének ξ víztartalma (%-ban) és a keverék η sűrűsége közötti kapcsolatra vonatkozó mérésorozat adatait tartalmazza az alábbi táblázat. Alkalmazható a két változó közötti sztochasztikus kapcsolat jellemzésére a lineáris regresszió?

ξ	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
η	7,3	9,4	10,1	12,1	13,4	15,4	16,9	18,2	19,3	21,3	22,2

Empirikus eloszlások, vegyes feladatok

- 1.. Egy kollégium diákjainak internetezési szokásait tanulmányozták. Ennek érdekében 14 hallgatót kérdeztek meg arról, hogy hetente hány órát tölt el az interneten. A kérdésre az alábbi válaszokat adták a diákok.

3	6	14	21	4	15	20	28	45	20	5	4	4	35
---	---	----	----	---	----	----	----	----	----	---	---	---	----

- a.) Határozza meg az adatok empirikus eloszlásfüggvényét, empirikus várható értékét és empirikus szórását. b.) Mi annak a valószínűsége, hogy egy találmányra kiválasztott diák 15 óránál többet fogja használni az internetet a következő héten?

2. Bizonyos ón-ólom ötvözet ξ olvadáspontjának meghatározására 24 véletlenszerűen kiválasztott mintadarabon mérést végeztek. (°C)

330	328,6	342,4	334	337,5	341	343,3	329,5
-----	-------	-------	-----	-------	-----	-------	-------

322	331	336,4	326,5	327,3	338	331	332,3
345	338,5	329,7	325,8	322,6	333	339,2	340

Készítsen hisztogramot. Adjon becslést a várható értékre és a szórásra.