

7. Feladatsor

Nagyszámok törvénye, Markov- és a Csebisev-egyenlőtlenség, Moivre-Laplace tétel

1. Hányszor kell feldobnunk egy szabályos kockát, hogy a négyes dobás valószínűségétől a relatív gyakoriság legalább 0,8 valószínűséggel 0,1-nél kisebb hibával térjen el?
2. Hány embert kell a közvélemény kutató cégnek megkérdezni, hogy egy adott termék, párt stb. népszerűségét 90%-os biztonsággal (0,9 valószínűséggel) 0,05 hibával tudja megbecsülni?
3. Hány embert kell megkérdezni akkor, ha a népszerűségről van információnk? Pl. az tudjuk, hogy a népszerűség 10%, vagy 1%.
4. Egy közvélemény kutató cég 16 000 embert kérdez meg. Milyen valószínűséggel tudja megbecsülni a népszerűséget, ha a hiba legfeljebb 0,05 lehet.
5. Közvélemény kutatáskor 16 000 embert kérdeznek meg. Legalább 90%-os biztonsággal milyen hibával tudják megbecsülni a népszerűséget?
6. Hasonlítsa össze egy adott sportruházati termékre vonatkozó szükséges megkérdezések számát, ha:
 - a.) előzetes felmérésekből tudjuk, hogy a megkérdezett hallgatók 85%-a előnyben részesíti az adott márkát;
 - b.) nincsenek méréseink arra vonatkozóan, hogy mennyire kedvelik az adott márkát?
7. Az X valószínűségi változó várható értéke 12, szórása 2. a.) Milyen becslést tudunk adni a $P(8 < X < 15)$ valószínűségre, ha X eloszlása nem ismeretes? b.) Mekkora ez a valószínűség, ha tudjuk, hogy X binomiális eloszlású?
8. A következő egyetemi ünnepséghez keresnek olyan hallgatót, aki a jogart viszi. Az első szűrésen átesett hallgatók magasságának átlaga 182 cm a szórása 2.1 cm. Adjon becslést annak a valószínűségére, hogy a kiválasztott hallgató magassága nem esik bele (178; 186) intervallumba.
9. Egy célpontra 200 lövést adnak le. A találat valószínűsége minden lövésnél 0.4. a) Milyen határok közé fog esni 90%-os valószínűséggel a találatok száma? b) Oldjuk meg a feladatot a nagy számok törvénye alapján és a Moivre-Laplace-tétellel is. Hasonlítsuk össze az eredményeket.
10. Egy nagyüzem dolgozói közül 40% végzett felsőfokú iskolát. Az üzem dolgozói közül kiválasztunk 150-et.
 - a. Mennyi lesz ezek közül a felsőfokú végzettségűek várható száma?
 - b. Mennyi a valószínűsége, hogy a felsőfokú végzettségűek számának valódi értéke a várható értéktől több mint 5%-kal tér el? Milyen becslést ad a Csebisev egyenlőtlenség?

11. Becsüljük meg normális eloszlás segítségével a következő összeget:

$$\sum_{k=680}^{720} \binom{1000}{k} 0,7^k 0,3^{1000-k}$$

12. Egy nagy népességben az emberek 20%-a balkezes. Ha a népességből nagyszámú mintát ($n = 10\,000$) vizsgálunk, mi annak a valószínűsége, hogy

- a) legalább 2100 ember balkezes
- b) legalább 1960, de nem több mint 2040 ember balkezes?