

1. feladatsor Környezetmérnök 2018/19 tavasz

Kombinatorikai alapok

Permutációk

1. Egy összejövetelen 5 fiú és 5 lány vesz részt. A táncoló pároknak hányféle összetétele lehetséges, ha mindenki táncol és a lányok egymással, illetve a fiúk egymással nem táncolnak?
2. Néhány, különböző színű golyót 720 féleképpen rakhatunk sorba. Hány golyónk van?
3. Adott két 6 elemű halmaz (A, B). Hány olyan függvény van, amely az A halmaz elemeihez a B halmaz elemeit kölcsönösen egyértelmű módon rendeli hozzá?
4. Hány különböző szám írható fel az alábbi számjegyekből? (Minden számjegyet fel kell használni.)
 - a. 1,1,2,2,3,4
 - b. 4,4,4,4,5,5,5
5. Egy dobozban 16 golyó van; 10 fehér, 4 piros és 2 kék színű. Hányféleképpen húzhatjuk ki a 16 golyót, ha az azonos színűeket nem különböztetjük meg?
6. Adott két halmaz $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ és $B=\{a, b, c\}$. Hány olyan A-t, B-re képező függvény van, amely minden B-beli értéket kétszer vesz fel értékül?

Variációk

7. Egy rejtvénypályázaton 5 különböző díjat sorsolnak ki a helyes megfejtést beküldők között. 78-an küldenek be helyes megfejtést. Hányféle eredményt hozhat a sorsolás?
8. Adott két halmaz $A=\{1, 2, 3\}$ és $B=\{a, b, c, d, e, f\}$. Hány olyan függvény van, amely az A halmaz elemeihez a B halmaz elemeiből kölcsönösen egyértelműen rendel hozzá hármat?
9. Hányféleképpen lehet kitölteni egy totószelvényt?
10. Adott két halmaz $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ és $B=\{a, b, c, d, e, f\}$. Hány olyan függvény van, amely A halmaz elemeihez a B halmaz elemeit rendeli?

Kombinációk

11. Egy 6 tagú társaságban mindenki mindenkivel kezet fog. Összesen hány kézfogást jelent ez?

12. 12 személy egyszerre érkezik egy 6 személyes lifthez. Hányféleképpen választhatjuk ki közülük az első 6 utast?
13. 500 termék között 4% a selejtes. Hányféleképpen lehet 10 terméket kiválasztani úgy, hogy
 - a. egy selejtes se legyen,
 - b. mind a 10 selejtes legyen,
 - c. pontosan 5 selejtes legyen,
 - d. legfeljebb 3 selejtes legyen,
 - e. legyen köztük selejtes? (Visszatevés nélkül választunk és a sorrendet nem vesszük figyelembe)
14. *Hányféleképpen helyezhetünk el 5 levelet 16 levélszekrénybe, ha a levelek között nem teszünk különbséget és egy rekeszbe
 - a. legfeljebb egy levelet,
 - b. több levelet tehetünk?

Vegyes feladatok

15. Oldjuk meg a 13. feladatot úgy, hogy minden húzás után visszatesszük a kiválasztott terméket.
16. Hányféleképpen tölthetünk ki egy totószelvényt úgy, hogy 8 darab 1-es, 2 darab X és 4 darab 2-es tipp legyen?
17. Hányféleképpen járhat körtáncot 5 pár, ha mindenki a saját párjának kezét fogja?
18. Tizenkét diák három csónakot bérel. Az egyik csónak 3 üléses, a másik 4, a harmadik pedig 5 üléses.
 - a. Hányféleképpen foglalhatnak helyet a csónakban?
 - b. *Hányféleképpen foglalhatnak helyet, ha két diák feltétlenül egy csónakban akar helyet foglalni?
19. Egy kockával háromszor dobunk egymás után. Hány olyan dobássorozat fordul elő, amelyben a 6-os is szerepel?
20. Hány olyan 6 jegyű szám van,
 - a. amelynek minden jegye különböző,
 - b. amelynek bármely két szomszédos jegye különböző,
 - c. amelyben pontosan két darab 0 van,
 - d. amelyben van jegyismétlődés,
 - e. *amelyben a jegyek szorzata 10-zel osztva 5-öt ad maradékul,

- f. *amelyben a jegyek összege 10-zel osztva 5-öt ad maradékul,
- g. *amelyben a jegyek összege páros?

21. Az 1, 2,..., 9 számokat sorba rendezzük. Hány olyan sorrend van, amelyben az 1, 2, 3 számok

- a. valamilyen sorrendben egymás mellé kerülnek,
- b. növekvő sorrendben kerülnek egymás mellé.
- c. *egymáshoz képest növekvő sorrendben helyezkednek? (Nem feltétlenül egymás mellett)

22. Egy 28 tagú szakkollégiumban 4 jutalmat osztanak ki. Hányféleképpen történhet ez, ha

- a. a jutalmak egyformák, és egy tag legfeljebb egy jutalmat kaphat,
- b. a jutalmak egyformák és egy tag több jutalmat is kaphat,
- c. *a jutalmak különbözőek, és egy tag legfeljebb egy jutalmat kaphat?
- d. *a jutalmak különbözőek és egy tag több jutalmat is kaphat?

23. *Oldja meg az alábbi egyenleteket:

a. $\binom{x+1}{4} + \binom{x}{4} = 2! \binom{x}{2}$

b. $\binom{2x+3}{2x-2} = 4! \binom{2x+2}{3}$