MAT A2 – 2. pótZH. – 2009. május 6. Név: ______________ Gyakvez.: ______

1. Határozzuk meg az $f(x,y,z) = x^2 - y^3 z$ függvény $(2,1,0)$ pontbeli iránymenti deriváltját a $(2,2,-1)$ irányban! *(4 pont)*

2. Tekintsük a $z(x,y) = x^2 y + y^2$ függvényt az $x(t) = t+1$, $y(t) = t^2$ helyettesítéssel. Határozzuk meg a $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ deriváltat kétféleképp, a helyettesítés elvégzésével és a láncszabállyal! *(5 pont)*

3. Határozzuk meg az $(r,\varphi) \mapsto (r\cos\varphi, r\sin\varphi)$ leképezés $(1,\pi/2)$ ponthoz tartozó deriváltleképezésének mátrixát és annak determinánsát! *(4 pont)*

4. Számítsuk ki az alábbi integrált: *(6 pont)*

$$\int_0^1 \int_1^\infty \frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y =$$

5. Határozzuk meg az 2 sugarú félgömb ($f(x,y) = \sqrt{4-x^2-y^2}$) átlagos magasságát az 1 sugarú körtartományon ($x^2+y^2 \leq 1$). (Az f függvény T tartomány fölötti átlagán az $\int_T f/(T \text{ területe})$ hányadost értjük.) *(6 pont)*

6. Számítsuk ki az alábbi integrált az integrálás sorrendjének cseréjével: *(8 pont)*

$$\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 \frac{1}{y^4+1} \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x$$

7. Határozzuk meg $f(x,y) = x^3 + 2y^2 + 2xy - 2$ függvény lokális szélsőértékhelyeit és azok minőségét! *(7 pont)*