

TÖBBVÁLTOZÓS FÜGGVÉNYEK.

Folytonosság, parciális differenciálhatóság, differenciálhatóság.

1. Hol folytonosak az alábbi függvények?

a) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$.

b) $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^4}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$.

c) $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4} \ln(1 + x^2 y^2)$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$.

d) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^4} \ln(1 + x^2 y^2)$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$.

2. Legyen $f(x, y) = (x + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$. Léteznek-e az elsőrendű parciális deriváltak a $(0, 0)$ pontban?

3. Legyen $f(x, y) = (x + y) \sin \frac{1}{x + y}$, ha $x + y \neq 0$ és $f(x, -x) = 0$. Folytonos-e a $(0, 0)$ pontban? Léteznek-e az elsőrendű parciális deriváltak a $(0, 0)$ pontban?

4. Legyen $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$. Hol folytonosak az elsőrendű parciális deriváltak?

5. Legyen $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^t}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$, $t = \frac{1}{2}, 1, 2$.

Adja meg azokat a pontokat, ahol a függvény

a) folytonos b) parciálisan differenciálható c) differenciálható.

6. Legyen $f(x, y) = \frac{y^3 - x^3}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$.

Adja meg azokat a pontokat, ahol a függvény

a) folytonos b) parciálisan differenciálható c) differenciálható

7. Differenciálható-e az adott függvény az adott pontban?

a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, $P(0, 0)$ b) $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$, $P(0, 0)$

c) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$, $P(0, 0)$

d) $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$, $P(0, 0)$

e) $f(x, y) = (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$, $P(0, 0)$

f) $f(x, y) = \frac{x^4}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$, $P(0, 0)$

g) $f(x, y) = x|y| + y|x|$, $P(0, 0)$

h) $f(x, y) = \frac{xy}{(x-1)^2 + (y-1)^2}$, $P(2, 2)$