MAT A2 – 2. ZH. – 2009. április 29. Név: ______________________________ Gyakvez.: ______

1. Írjuk fel a $f(x,y) = x^3 - xy$ függvény grafikonját az $(1,2,-1)$ pontban érintő sík egyenletét! *(4 pont)*

2. Számítsuk ki az alábbi integrált: *(5 pont)*

$$\int_0^1 \int_0^{1/2} \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y =$$

3. Határozzuk meg az $(x,y) \mapsto (x+y^2, xy)$ leképezés $(1,2)$ ponthoz tartozó deriváltleképezésének mátrixát! *(3 pont)*

4. Számítsuk ki az alábbi integrált az integrálás sorrendjének cseréjével: *(9 pont)*

$$\int_1^2 \int_{x^2+1}^{3x-1} \frac{18x}{y^2-7y+10}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x =$$

5. Mutassuk meg, hogy az $\dfrac{x^2y^2}{x^2+y^2}$ függvény folytonossá tehető a $(0,0)$ pontban! *(4 pont)*

6. Egy szobában a hőmérséklet Celsius fokban kifejezve jó közelítéssel $18+z+\dfrac{4}{(x+1)^2(y+1)}$. Az $(1,0,1)$ pontban milyen irányban csökken a hőmérséklet a leggyorsabban, és mennyi ebben az irányban a csökkenés sebessége? *(5 pont)*

7. Az $f(x,y)=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$ függvénynek lokális szélsőértékhelye-e az $(1,1)$ pont, és ha igen, milyen? *(4 pont)*

8. Adva van egy gyűrű alakú lemez, melynek külső sugara 2 cm, belső sugara 1 cm. Területegységre eső sűrűségfüggvénye $\dfrac{1}{x^2+y^2+1}$, ha a gyűrű középpontja az origóban van. Határozzuk meg a tömegét! *(6 pont)*