

Mátrixanalízis emlékeztető

Bevezetés/ismétlés. mátrixtulajdonságok, skalárinvariánsok, normák, spektrum, felbontások (Schmidt, spektrál, polár), blokkmátrixok, tenzor szorzat, mátrixfüggvények megadási módjai.

Pozitivitás. Definíció, „rendezés”, monoton sorozatok, inverzre. Minimax elv, Poincare egyenlőtlenség, Weyl monotonitás és következményei. Schur szorzat és pozitivitás.

Pozitivitást és egységelemet tartó leképezések ($p+e$), duális leképezés, tulajdonságaik. Schwarz egyenlőtlenség, definíció és kapcsolat $p+e$ -vel. $P+e$ és operátornorma, 2-pozitivitás és következményei. 2-pozitív és egységelem tartó operátorra Schwarz-egyenlőséget teljesítő mátrixok tulajdonságai. Teljesen pozitív operátorok, jellemzésük.

Operátor monoton és operátor konvex függvények. Definíció, példák (sok). Osztott differencia tétel. Mátrixfüggvény deriváltja. $\text{Tr}(f(A))$ -ra vonatkozó tételek (3db.). Operátor konvex függvény és „konvex kombináció” (2 tétel) Hadamard egyenlőtlenség.

Együttes konkávitás. $\text{Tr}(\exp(A+\log B))$, Lieb tétel.

Löwner tétel. Pick függvényosztály(ok). Herglotz (biz. nélkül), Nevanlinna tételek, Stieltjes inverzió. K függvényosztály; definíció, tulajdonságok. K kompakt, konvex. K extrémális pontjai. Mátrix monoton függvények integrálreprezentációja. következmény.

Mátrix közepek. Geom. közép és tulajdonságai; három mátrixra.

Harmonikus közép. Operátor kapcsolat definíció, tulajdonságok. Kubo-Ando tétel. Integrálreprezentáció. Szimmetrikus közép - standard generáló függvény. Viszonyuk a harmonikus és számtani középpel. Példák.

Ajánlott irodalom:

F. Hiai, D. Petz, Introduction to Matrix Analysis and Applications, Springer 2014.

R. Bhatia, Matrix Analysis, Springer 1996.

R.A. Horn, C.R. Johnson, Topics in Matrix Analysis, Cambr. Univ. Pr. 1991.

