Pólya–Szegő szeminárium 4.
3. feladatsor
2005. október 3.

1. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 1 főegyütthatós komplex polinom együtthatóinak abszolútértéke legfeljebb 1, akkor gyökei 2-nél kisebb abszolút értékűek.

2. Legyen G irányított gráf. Bizonyítsuk be, hogy G-nek pontosan akkor van irányított Hamilton-köre, ha bármely csúcsából bármelyik csúcsa elérhető irányított úton.

3. Ha f egész együtthatós polinom, akkor

$$\frac{1}{e}\left(f(0)+\frac{f(1)}{1!}+\frac{f(2)}{2!}+\dots+\frac{f(k)}{k!}+\dots\right)$$

egész szám.

4. Legyenek $p_1, p_2, \dots, p_n$ rögzített prímszámok, és tekintsük az összes olyan pozitív egész számot, aminek minden prímosztója ezek közül való. Bizonyítandó, hogy akárhogyan is választunk ki ebből a halmazból végtelen sok számot, lesz kettő, melyek közül az egyik osztja a másikat.

5. Számoljuk meg az olyan erdőket az $1, 2, \dots, n$ csúcsokon, melyeknek k komponense van, és az $1, 2, \dots, k$ csúcsok különböző komponensekbe tartoznak (k és n pozitív egészek, $k \le n$; erdő egy olyan gráf, melynek minden komponense fa).