Pólya–Szegő szeminárium 4.
10. feladatsor
2005. november 28.

1.

$$\lim_{x\to\pi}\frac{\sin\sin\sin x}{x-\pi}=?$$

2. Tegyük fel, hogy az f polinomnak a az egyetlen legkisebb abszolút értékű gyöke, és $0\neq a$. Legyen

$$-\frac{f'(z)}{f(z)}=c_0+c_1z+c_2z^2+\cdots+c_kz^k+\dots$$

Lássuk be, hogy ekkor

$$a=\lim_{n\to\infty}\frac{c_{n-1}}{c_n}$$

3. Létezik-e két olyan Riemann-integrálható $[0,1]\to[0,1]$ függvény, amelyeknek a kompozíciója nem Riemann-integrálható?

4. Egy n oldalú sokszögnek legfeljebb $\lfloor 2n/3\rfloor+1$ hegyesszöge lehet, és ez a becslés éles.

5. Lássuk be, hogy a $\langle\mathbb{Q},+\rangle$ csoportnak (a) nincs véges generátorrendszere, (b) bármely generátorrendszeréből véges sok elemet elhagyva generátorrendszert kapunk.