Témakörök TDK, BSc, MSc, PhD dolgozathoz

Andai Attila

2020 november 16.

Mi az információgeometria?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

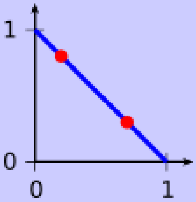
Mekkora a $(p_1, 1-p_1)$ és $(p_2, 1-p_2)$ érmék távolsága?

1925-ben Fisher a $\left(\sqrt{p_1}, \sqrt{1-p_1}\right)$ és $\left(\sqrt{p_2}, \sqrt{1-p_2}\right)$ vektorok által bezárt szöget javasolta távolságnak.

Mi az információgeometria?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

Mekkora a $(p_1, 1-p_1)$ és $(p_2, 1-p_2)$ érmék távolsága?

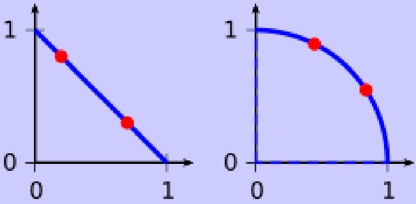


1925-ben Fisher a $(\sqrt{p_1}, \sqrt{1-p_1})$ és $(\sqrt{p_2}, \sqrt{1-p_2})$ vektorok által bezárt szöget javasolta távolságnak.

Mi az információgeometria?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

Mekkora a $(p_1, 1-p_1)$ és $(p_2, 1-p_2)$ érmék távolsága?

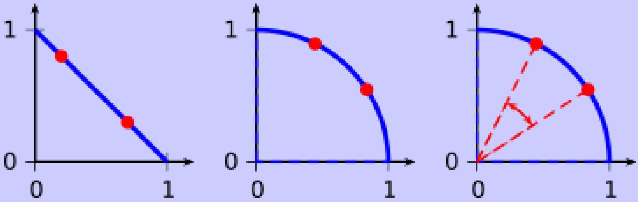


1925-ben Fisher a $(\sqrt{p_1}, \sqrt{1-p_1})$ és $(\sqrt{p_2}, \sqrt{1-p_2})$ vektorok által bezárt szöget javasolta távolságnak.

Mi az információgeometria?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

Mekkora a $(p_1, 1-p_1)$ és $(p_2, 1-p_2)$ érmék távolsága?



1925-ben Fisher a $(\sqrt{p_1}, \sqrt{1-p_1})$ és $(\sqrt{p_2}, \sqrt{1-p_2})$ vektorok által bezárt szöget javasolta távolságnak.

Probléma az egyenletes eloszlással

Tegyük fel, hogy egyenletes eloszlással választunk egy érmét. (Választunk egy $p \in]0,1[$ értéket egyenletes eloszlás szerint.)

- Ha más paraméterezést választunk az érme leírására, pl. $(p^2, 1-p^2)$, akkor a választásunk már nem lesz egyenletes eloszlású ezen paraméterezés szerint!

- Mi lehet akkor egy paraméterezéstől független egyenletes eloszlás?

- **Fisher-információ!**

Probléma az egyenletes eloszlással

Tegyük fel, hogy egyenletes eloszlással választunk egy érmét. (Választunk egy $p \in \,]0,1[$ értéket egyenletes eloszlás szerint.)

- Ha más paraméterezést választunk az érme leírására, pl. $(p^2, 1-p^2)$, akkor a választásunk már nem lesz egyenletes eloszlású ezen paraméterezés szerint!

- Mi lehet akkor egy paraméterezéstől független egyenletes eloszlás?

- Fisher-információ!

Probléma az egyenletes eloszlással

Tegyük fel, hogy egyenletes eloszlással választunk egy érmét. (Választunk egy $p \in]0,1[$ értéket egyenletes eloszlás szerint.)

- Ha más paraméterezést választunk az érme leírására, pl. $(p^2, 1-p^2)$, akkor a választásunk már nem lesz egyenletes eloszlású ezen paraméterezés szerint!

- Mi lehet akkor egy paraméterezéstől független egyenletes eloszlás?

- **Fisher-információ!**

Példa: Normális eloszás

A paramétertér $\Xi = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$, a parméterezett sűrűségfüggvény

$$p(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right), \qquad (\mu, \sigma) \in \Xi.$$

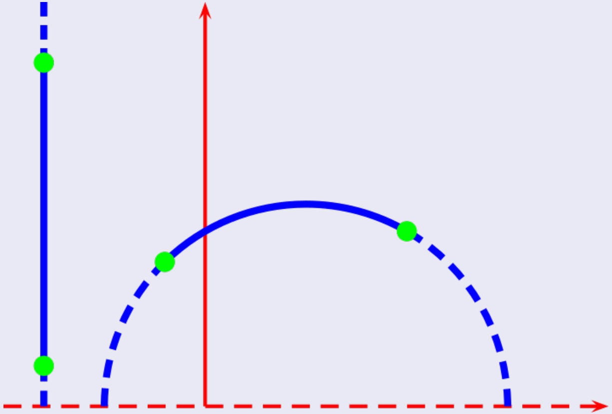
A (μ, σ) koordinátarendszerben a **Fisher információ**(s mátrix)

$$(g_{ik}^{(\mathrm{F})}) = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sigma^2} \end{pmatrix}.$$

A $(\Xi, g^{(\mathrm{F})})$ más néven: *hiperbolikus sík*.

Példa: Normális eloszlás

Ebben a geometriában a geodetikusok olyan félkörök, mely középpontja a $\sigma = 0$ egyenesen van és a $\mu =$ állandó félegyenesek.



Feladat:

Választott paraméteres sűrűségfüggvények terének geometriai vizsgálata a Fisher-információ segítségével.

Fisher-információ (tanuló) neuronhálókon.

Feladat:

Választott paraméteres sűrűségfüggvények terének geometriai vizsgálata a Fisher-információ segítségével.

Fisher-információ (tanuló) neuronhálókon.

Információgeometria a kvantummechanikában

Filozófiai háttér: Qmechanikai állapottér + Fisher-információ $\Longrightarrow$???.

Vizsgálandó területek:
– határozatlansági relációk;
– kvantumcsatornák (qubit-qubit csatornák) geometriája;
– állapottér speciális részhalmazainak a térfogata.

Eszközök: $n \times n$-es mátrixok algebrája, mátrixanalízis számítógépes szimuláció.

Információgeometria a kvantummechanikában

Filozófiai háttér: Qmechanikai állapottér + Fisher-információ $\Longrightarrow$???.

Vizsgálandó területek:
– határozatlansági relációk;
– kvantumcsatornák (qubit-qubit csatornák) geometriája;
– állapottér speciális részhalmazainak a térfogata.

Eszközök: $n \times n$-es mátrixok algebrája, mátrixanalízis számítógépes szimuláció.

Információgeometria a kvantummechanikában

Filozófiai háttér: Qmechanikai állapottér + Fisher-információ $\Longrightarrow$???.

Vizsgálandó területek:
– határozatlansági relációk;
– kvantumcsatornák (qubit-qubit csatornák) geometriája;
– állapottér speciális részhalmazainak a térfogata.

Eszközök: $n \times n$-es mátrixok algebrája, mátrixanalízis számítógépes szimuláció.

Közepek részsokaságokon

Legyen $\mathcal{M} = (\mathbb{R}^+)^n$ és $\mathcal{N} = \left\{ x \in \mathcal{M} \middle| \sum_{k=1}^{n} x_k = 1 \right\}$.

Ekkor $x, y \in \mathcal{M}$ számtani, mértani, harmonikus és egyéb közepei jól értelmezettek.

$$m : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \mathcal{M} \qquad (x, y) \mapsto m(x, y)$$

Kérdés: hogyan értelmezhetők a közepek a részsokaságon?

$$m' : \mathcal{N} \times \mathcal{N} \to \mathcal{N} \qquad (x, y) \mapsto m'(x, y)$$

Adott g metrika esetén $m(x, y)$ lesz az x és y pontot összekötő szakasz felezőpontja. Feladat $g|_{\mathcal{N}}$ esetén $m'(x, y)$ meghatározása.

Legyen $\mathcal{M} = \{A \in \mathrm{M}(n, \mathbb{K}) |\ 0 < A\}$ és $\mathcal{N} = \{A \in \mathcal{M} |\ \mathrm{Tr}\, A = 1\}$.

Közepek részsokaságokon

Legyen $\mathcal{M} = (\mathbb{R}^+)^n$ és $\mathcal{N} = \left\{ x \in \mathcal{M} \middle| \sum_{k=1}^{n} x_k = 1 \right\}$.

Ekkor $x, y \in \mathcal{M}$ számtani, mértani, harmonikus és egyéb közepei jól értelmezettek.

$$m : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \mathcal{M} \qquad (x, y) \mapsto m(x, y)$$

Kérdés: hogyan értelmezhetők a közepek a részsokaságon?

$$m' : \mathcal{N} \times \mathcal{N} \to \mathcal{N} \qquad (x, y) \mapsto m'(x, y)$$

Adott g metrika esetén $m(x, y)$ lesz az x és y pontot összekötő szakasz felezőpontja. Feladat $g|_{\mathcal{N}}$ esetén $m'(x, y)$ meghatározása.

Legyen $\mathcal{M} = \{A \in \mathrm{M}(n, \mathbb{K}) | \, 0 < A\}$ és $\mathcal{N} = \{A \in \mathcal{M} | \operatorname{Tr} A = 1\}$.

Közepek részsokaságokon

Legyen $\mathcal{M} = (\mathbb{R}^+)^n$ és $\mathcal{N} = \left\{ x \in \mathcal{M} | \sum_{k=1}^{n} x_k = 1 \right\}$.
Ekkor $x, y \in \mathcal{M}$ számtani, mértani, harmonikus és egyéb közepei jól értelmezettek.

$$m : \mathcal{M} \times \mathcal{M} \to \mathcal{M} \qquad (x, y) \mapsto m(x, y)$$

Kérdés: hogyan értelmezhetők a közepek a részsokaságon?

$$m' : \mathcal{N} \times \mathcal{N} \to \mathcal{N} \qquad (x, y) \mapsto m'(x, y)$$

Adott g metrika esetén $m(x, y)$ lesz az x és y pontot összekötő szakasz felezőpontja. Feladat $g|_{\mathcal{N}}$ esetén $m'(x, y)$ meghatározása.
Legyen $\mathcal{M} = \{A \in \mathrm{M}(n, \mathbb{K}) | \ 0 < A\}$ és $\mathcal{N} = \{A \in \mathcal{M} | \operatorname{Tr} A = 1\}$.

Reprezentációelmélet

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria $\Longrightarrow$ állapotegyenlet.

Eszközök: Mackey-féle reprezentációs tétel, $n \times n$-es mátrixok részcsoportja (n kicsi).

Vizsgálandó területek: egy adott szimmetriához milyen hullámegyenlet tartozik.

Reprezentációelmélet

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria $\Longrightarrow$ állapotegyenlet.

Eszközök: Mackey-féle reprezentációs tétel, $n \times n$-es mátrixok részcsoportja (n kicsi).

Vizsgálandó területek: egy adott szimmetriához milyen hullámegyenlet tartozik.

Reprezentációelmélet

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria $\Longrightarrow$ állapotegyenlet.

Eszközök: Mackey-féle reprezentációs tétel, $n \times n$-es mátrixok részcsoportja (n kicsi).

Vizsgálandó területek: egy adott szimmetriához milyen hullámegyenlet tartozik.

K-elmélet

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

Filozófiai háttér: Konkrét induktív limesz jól számolható. Mit kapunk, ha véletlent teszünk bele?

Eszközök: Kis méretű mátrixok sé-ei, sv-ai, rendezett csoportok.

Vizsgálandó területek: véletlenszerűen generált végtelen dimenziós algebrákról mit mondhatunk.

K-elmélet

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

Filozófiai háttér: Konkrét induktív limesz jól számolható. Mit kapunk, ha véletlent teszünk bele?

Eszközök: Kis méretű mátrixok sé-ei, sv-ai, rendezett csoportok.

Vizsgálandó területek: véletlenszerűen generált végtelen dimenziós algebrákról mit mondhatunk.

K-elmélet

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

Filozófiai háttér: Konkrét induktív limesz jól számolható. Mit kapunk, ha véletlent teszünk bele?

Eszközök: Kis méretű mátrixok sé-ei, sv-ai, rendezett csoportok.

Vizsgálandó területek: véletlenszerűen generált végtelen dimenziós algebrákról mit mondhatunk.

Áltarlános relativitáselmélet

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Filozófiai háttér: Érdekes...

Eszközök: $\mathbb{R}^4$-en diffgeo, Maple, Riemann-geometria alapjai.

Vizsgálandó területek: Időutazás lehetőségei különböző téridő modellekben, vákuumbeli Maxwell-egyenletek megoldásai.

Áltarlános relativitáselmélet

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Filozófiai háttér: Érdekes...

Eszközök: $\mathbb{R}^4$-en diffgeo, Maple, Riemann-geometria alapjai.

Vizsgálandó területek: Időutazás lehetőségei különböző téridő modellekben, vákuumbeli Maxwell-egyenletek megoldásai.

Áltarlános relativitáselmélet

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Filozófiai háttér: Érdekes...

Eszközök: $\mathbb{R}^4$-en diffgeo, Maple, Riemann-geometria alapjai.

Vizsgálandó területek: Időutazás lehetőségei különböző téridő modellekben, vákuumbeli Maxwell-egyenletek megoldásai.

Összefoglaló

	TDK	BSc	MSc	PhD
Cl-Info-Geo.	+	+	+	
Cl-Info-Geo.	+	+	+	+
Közepek részsokaságon	+	+	+	
Repr. elm.	+		+	+
K-elmélet	+		+	
Áltrel.	+	+	+	

Köszönöm a figyelmet!